TMA 042
Matematik CTH
Tentamensskrivning i Matematiska metoder E1, del D
Datum: 2003-01-15, kl. 14.15 - 18.15.
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefonvakt: Anton Evgrafov, tel. 0740-459022.
OBS! Linje, inskrivningsår och personnummer skall anges på skrivningsomslaget.
==

1. Givet är ytan $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ och kurvan $x = t\cos t,\ y = t\sin t,\ z = t,\ t \in [0, \infty]$.

(a) Ge en geometrisk beskrivning av ytan och kurvan och visa att kurvan ligger i ytan. (2p)

(b) Beräkna kurvans krökning i en godtycklig punkt på kurvan. (3p)

2. Sök totala flödet av fältet (x^2, y^2, z^2) ut genom mantelytan till konen $x^2+y^2 = z^2,\ 0 \leq z \leq 1$. (6p)

3. Givet är en massiv cylinder med höjd h och basradie r. Dess densitet (täthet) i varje punkt är proportionell mot punktens avstånd till basytan. Finn cylinderns tyngdpunkt. (7p)

4.(a) Givet är den 4-periodiska funktionen $f(x)$, där $f(x) = 4-x^2$ för $x \in (-2, 2]$. Ange formlerna för f:s Fourierkoefficienter på både reell och komplex form. (2p)

(b) Utveckla f i antingen reell eller komplex Fourierserie. Motivera varför du väljer som du gör. (4p)

(c) Är Fourierserien likformigt konvergent? Motivera! (2p)

(d) Vad ger Parsevals formel? (2p)

5. Givet är serien

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\ln n)^{\beta}}{n^{\alpha}}, \qquad \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$$

Undersök seriens konvergens beroende på parametrarna α, β. Motivera noga! (6p)

6. Formulera och bevisa Gauss' divergenssats. (8p)

7. Formulera och bevisa jämförelsekriteriet för positiva serier. (5p) Formulera kriteriet på gränsvärdesform. (1p) Ge exempel som visar hur båda formerna av kriteriet används. (2p)

/JM