

Övningsskrivning i TMA042d, Matematiska modeller E1, del D

Datum: 12/4 2003, kl. 8.45-10.45.

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefon: Milena Anguelova, tel. 0740-459022.

OBS! Personnummer skall anges på skrivningsomslaget.

=====

1. Givet är kurvan

$$\begin{cases} x = \sin\left(1 + \frac{s}{2}\right) \\ y = \cos\left(1 + \frac{s}{2}\right) \\ z = \sqrt{3}\left(1 + \frac{s}{2}\right) \end{cases}, \quad s \in [0, \infty).$$

- (a) Visa att kurvan är parametrerad med båglängden som parameter. (2p)
(b) Beräkna kurvans krökning för godtyckligt värde på parametern s . (2p)
(c) Bestäm vektorerna \mathbf{e} , \mathbf{n} och \mathbf{b} i en godtycklig punkt på kurvan (du får använda resultatet i (a) även om du inte har bevisat det). (2p)

2. Beräkna flödet av fältet $u(x, y, z) = (xy^2, x^2y, (x^2 + y^2)z^2)$ bort från z -axeln genom ytan $x^2 + y^2 = a^2$, $0 \leq z \leq 1$. (6p)

3. Givet är vektorfältet $u(x, y, z) = (-y^3, x^3, -z^3)$. Beräkna integralen

$$\int_C u \cdot dr,$$

där C är kurvan längs vilken ytan $x^2 + y^2 = 1$ skär planet $2x + 2y + z = 3$, riktad moturs sedd från $(0, 0, 100)$. (6p)

4.(a) Definiera begreppet rotation av ett vektorfält. (1p)

(b) Ange den minnesregel som används för att beräkna rotationen samt hur den skrivs m.h.a. nablaoperatorn. (2p)

(c) Formulera Stokes' sats. (2p)

(d) Visa att om både kurvan och ytan ligger i xy -planet så fås påståendet i Greens sats. (2p)

6p - 11p: 1 bonuspoäng
12p - 17p: 2 bonuspoäng
18p - 23p: 3 bonuspoäng
24p - 25p: 4 bonuspoäng