TMA 042
Matematik CTH
Tentamensskrivning i Matematiska metoder E1, del D

Datum: 2003-08-25, kl. 14.15 - 18.15.
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefonvakt: Axel Målqvist, tel. 0740-459022.
OBS! Linje, inskrivningsår och personnummer skall anges på skrivningsomslaget.

==

1. Beräkna volymen av området som begränsas av ytorna

$$z = x^2 + y^2, \quad z = 2x^2 + 2y^2, \quad y = x, \quad y = x^2. \qquad (6p)$$

2. Beräkna ytintegralen

$$\iint_Y (x^2 + y^2)\, dS,$$

där Y är randen till området $\sqrt{x^2 + y^2} \le z \le 1$. (6p)

3. Givet är vektorfältet $F(x, y, z) = (x^3, y^3, -z^3)$. Beräkna det totala flödet av F upp genom ytan Y som ges av $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$. (6p)

4.(a) Givet är den 2-periodiska funktionen $f(x)$, där $f(x) = xe^{x-1}$ för $x \in (0, 2)$. Ange formlerna för f:s Fourierkoefficienter på både reell och komplex form. (2p)

(b) Utveckla f i antingen reell eller komplex Fourierserie. Motivera varför du väljer som du gör. (4p)

(c) Om $F(x)$ är Fourierseriens summa, ange $F(3)$ och $F(4)$. (2p)

(d) Är Fourierserien likformigt konvergent? Motivera! (2p)

5. Bestäm de reella α för vilka serien

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \frac{1}{n^\alpha} - \ln \left(\sin \frac{1}{n^\alpha} \right) \right)$$

konvergerar. (6p)

6.(a) Formulera Gauss' divergenssats. (2p)

(b) Visa satsen för ett vektorfält på formen $(0, u_2, 0)$. (5p)

7.(a) Formulera och bevisa satsen som ger ett nödvändigt villkor för seriers konvergens. (4p)

(b) Ge ett exempel som visar att villkoret från satsen inte är tillräckligt. Motivera noga! (2p)

(c) Det nödvändiga villkoret för seriers konvergens kommer till användning i bevisen för andra satser. Ge exempel på en sådan sats och förklara hur det nödvändiga villkoret används där. (3p)

/JM