**TMA 042**
**Matematik CTH**
**Tentamensskrivning i Matematiska metoder E1, del D**
Datum: 2001-05-28, kl. 14.15 - 18.15.
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefonvakt: Martin Adiels, tel. 0740-459022.
OBS! Linje, inskrivningsår och personnummer skall anges på skrivningsomslaget.
==========================================

**1.** Givet är kurvan $C: \; x = t + \cos t, \; y = t - \cos t, \; z = \sqrt{2}\sin t, \; t \in \mathbb{R}$. Beräkna krökningen i en godtycklig punkt på kurvan $C$. Om du har räknat rätt har du fått konstant krökning. Räcker det för att kunna påstå att kurvan är en cirkel? (5p)

**2.** Beräkna flödet av fältet $(3x, 3y, 0)$ ut genom sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 9$. (6p)

**3.** Beräkna arean av den del av cylindern $x^2 + y^2 = 2ay$ som ligger innanför sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 4a^2$ $(a > 0)$. (6p)

**4.(a)** Givet är funktionen $f(x) = |x|, \; x \in (-\pi, \pi]$. Uttryck $f(x)$ i termer av funktionerna $g(x) = x$ och Heavisides funktion $\theta(x)$. (1p)

**(b)** Låt $F$ vara den $2\pi$-periodiska fortsättningen av $f$, d.v.s. $F$ är $2\pi$-periodisk och $F(x) = |x|$ på intervallet $(-\pi, \pi]$. Utveckla $F$ i Fourierserie (antingen reell eller komplex, förklara varför du väljer som du gör). (4p)

**(c)** I vilka punkter kommer Fourierseriens summa att sammanfalla med $F$ och varför? (1p)

**(d)** Är Fourierserien likformigt konvergent? Motivera! (2p)

**(e)** Vad ger Parsevals formel? (2p)

**(f)** Visa att funktionen $\arccos(\cos x), \; x \in \mathbb{R}$, är jämn och $2\pi$-periodisk. Skissa dess graf. Vad har den deluppgiften med resten av uppgiften att göra? (2p)

**5.** Visa att

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin(nx)}{n(\ln n)^2} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)(\ln(2k+1))^2} \,. \qquad (6p)$$

**6.** Formulera Gauss' divergenssats. (2p) Visa satsen för ett vektorfält på formen $u = (u_1, 0, 0)$. (5p)

**7.** Formulera och bevisa rotkriteriet för serier. (6p) Ge ett exempel på hur det används för att beräkna potensseriers konvergensradie. Vad kan man säga om konvergensen i konvergensintervallets ändpunkter? (2p)