TMA 042
Matematik CTH
Tentamensskrivning i Matematiska metoder E1, del D

Datum: 2004-06-03, kl. 14.15 - 18.15.
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefonvakt: Karin Kraft, tel. 0739-779268.
OBS! Linje, inskrivningsår och personnummer skall anges på skrivningsomslaget.

==

1. Finn arean av den del av ytan $z = x^2 - y^2$ som ligger innanför cylindern $x^2 + y^2 = a^2$. (4p)

2. Låt D vara området $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4a^2$, $x^2 + y^2 \geq a^2$. Randen Y till D består av en cylindrisk del Y_1 samt en sfärisk del Y_2. Beräkna flödet av vektorfältet $F = (x + yz, y - xz, z - e^x \sin y)$: **(a)** ut ur D genom hela Y; **(b)** ut ur D genom Y_1; **(c)** ut ur D genom Y_2. (8p)

3. Bestäm konvergensintervallet för potensserien

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} 2^n}{n} x^n. \qquad (6p)$$

4.(a) Givet är den 2-periodiska funktionen $f(x)$, där $f(x) = e^{2x}$ för $x \in (0, 2)$. Ange formlerna för f:s Fourierkoefficienter på både reell och komplex form. (2p)

(b) Utveckla f i antingen reell eller komplex Fourierserie. Motivera varför du väljer som du gör. (4p)

(c) Om $F(x)$ är Fourierseriens summa, ange $F(0)$ och $F(3)$. (2p)

(d) Är Fourierserien likformigt konvergent? Motivera! (2p)

5. Den 2π-periodiska funktionen f är två gånger kontinuerligt deriverbar i $\mathbb{R}$ ($f \in C^2(\mathbb{R})$). Visa att $\lim_{n\to\infty} n a_n = 0$ och $\lim_{n\to\infty} n b_n = 0$, där a_n, b_n är f:s Fourierkoefficienter. (6p)

6.(a) Definiera (differentialoperatorn) divergens. (1p)

(b) Formulera Gauss' divergenssats. (2p)

(c) Visa satsen för ett vektorfält på formen $(u_1, 0, 0)$. (5p)

7.(a) Formulera rot- och kvotkriterierna. (3p)

(b) Bevisa rot- eller kvotkriteriet. (5p)