MATEMATISKA METODER E1 (TMA042), DEL D, VT 1999

Kurslitteratur: JP2: Jan Petersson, Matematisk Analys, del 2 (Kap 12-14)
PB: Persson-Böiers: Analys i flera variabler samt övningshäfte
FS: Funktionssekvenser, funktionsserier (stencil, delas ut)
EÖ: Extraövningar (delas ut)

F (föreläsning**)**: må 13-15 (H7), on 8-10 (H7), to 8-10 (HA1), fr 13-15 (H7, ej 30/4)
ti 15-17 (HA1, endast 16/3, 4/5 och 11/5)

RÖ(räknestuga**)**: E1 a-c: må 10-12 (El 2-4), on 15-17 (El 4-6)
E1 d-f: ti 10-12 (El 2-4), fr 8-10 (El 2-4)

OBS: må/ti 19/20 april tas igen må/ti 17/18 maj (samma tid, samma plats).

Tentamen: 1/6 e (vv), 23/8 f (mg), jan 2000.

Teorikrav: Att kunna formulera kursens definitioner och satser samt bevisa vissa satser (som specifieras på föreläsningarna, se även "repetitionsfrågor" och JP2, A:02, 20-29).

Examinator: Bernhard Behrens (☎ 772 3573, mail: bernhard@math.chalmers.se)

Kort kursbeskrivning: Vi börjar med PB, kap5: funktioner som definieras genom integraler (ex: Γ-fkt), kurvor, ffa "krökning" [repetera nu på direkten 3.1, viktigast: båglängd, och 9.1; bra material har du också i JP2, kap8], kap7: trippelintegraler och kap8: ytor på parameterform (areaelement). Ett centralt moment blir sedan kap10: vektoranalys, utvidgning från $\boldsymbol{R}^2$ (kap9) till $\boldsymbol{R}^3$, renodlad fysik det hela! Därefter behandlar vi serier: numeriska, potens-, funktions-, Fourier-; det är kap12/13 i JP2 och FS (viktigast: likformig konvergens). I mån av tid går vi v 19 igenom kap14 i JP2 (behövs i E2). Till kap5, 8 och 10 delas extraövningar ut.

Studieförtroendeman: David Boman, e8boman@etek.chalmers.se (☎ 070-731 25 29)

Lycka till !

Ungefärlig tidsplan:

vecka	grupp	moment	uppgifter
11	SG	PB:kap5,8.2,7	kap7: 4, 15 (5.1 genomgås huvuds. på räknestugan)
	RÖ1	kap5	dem: 9, 15, 18 sjv: 1, 3, 7, 8, 9
12	SG	PB:kap8,10.1	kap8: 23, 31, kap10: EÖ X: 3, EÖ VIII: 2
	RÖ2	kap5,8.2:	dem: EÖ V: 1, 5, kap3: 3.7, EÖ VIII: 11, X: 1 sjv: EÖ V: 2-4, 6, kap3: 3.6, EÖ VIII: 3, 5, X: 2
	RÖ3	kap7,8:	dem: kap8: 2, 29, kap7: 3, 11 sjv: kap8: 1, 3, 12, 13, 18, 24, kap7: 1, 8, 12, 13, 16
15	SG	PB: kap10	EÖ X: 18, 29
	RÖ4	kap8,10	dem: EÖ X: 4, 8, 15 sjv: EÖ X: 5, 7, 14, 16, 17
	RÖ5	PB: kap10	dem: EÖ X: 19, 24, 30, 26 sjv: EÖ X: 21, 22, 23, 21, 33, 40
16	SG	JP2: kap12	1, 2, 3, 4i, 6c, 8h, 9h, 10h, 12i, 13c, 14c, 15b,d, 16
ej må, tis	RÖ6	JP2: kap 12	dem: 4f, 5, 8f, 9m sjv: 4a-e,g,h, 6a,b, 8a,c,d,g, 9a,bc
17	SG	FS JP2: kap13	1, 3 1b, 4, 8, 11
	RÖ7	JP2: kap12	dem: 11b, 12e, 13a, 14c, 18a, sjv: 10a,b,g,i, 12f,h, 13b, 14a, 15a,c, 18c,d
	RÖ8	JP2: kap12	dem: kap12: 22, repetition kap12 sjv: kap12: 20, 21, repetition kap12
18	SG	JP2: kap13	21b,f, 25a-f, 26, 27
	RÖ9	FS	dem: 2, 4 sjv: 5, 6, 7
	RÖ10	JP2: kap13	dem: JP: 5, 6, 7 sjv: 1a,c, 3, 9, 10, 12
19	SG	JP2: kap14	3a,b,c, 5a,b, 6a,h, 7b,h,j, 9a,k,s, 10a,c,f,g
	RÖ11	JP2: kap13	dem: 15, 21c, 22 sjv: 14, 16, 21d, 24
	RÖ12	JP2: kap14	dem: 1f,j, 2e, 3h, 6g sjv: 1g,h, 2a,g, 3f,g, 4b, 5d, 6f, 7k,l, 9e
20	SG	repetition	tenta 99-01-14
må,ti	RÖ13	repetition	tenta 98-08-24 (räkna själv !)

Kursmaterial finns på nätet: http://www.md.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tma042d/9899

Extraövningar matem. metoder E1, del D, vt 99

V. KRÖKNING FÖR KURVOR

1. Bestäm krökning och krökningsradie för kurvan $C: t \mapsto \left(t^6, t^4, t^2\right)$ i punkten $(1,1,1)$.

2. Bestäm krökning och krökningsradie för kurvan $C: t \mapsto \left(cos(2t), 2t - sin(2t), 4\,sin(t)\right)$ i punkten $C\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

3. Härled formeln $\kappa(t) = \pm \dfrac{\dot{x}(t)\ddot{y}(t) - \ddot{x}(t)\dot{y}(t)}{\sqrt{\left(\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2\right)^3}}$ för krökningen av en C^2-kurva $C: t \mapsto \left(x(t), y(t)\right)$ i planet och kom på (och visa) ett samband mellen "konvex/konkav" och "positiv/negativ krökning".
[ledn: betrakta kurvan $t \mapsto \left(x(t), y(t), 0\right)$ i $\mathbb{R}^3$! Eller sid. 8:10 i JP2 förstås]

4. Bestäm krökning och krökningsradie för kurvan $y = tan\,x$ i punkten $\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$.

5. Bestäm maxinala krökningen för kurvan $y = sinh\,x$.

6. Bestäm krökning och krökningsradie för ellipsen $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1,\ 0 < b \le a$.
I vilka punkter är krökningen maximal/minimal? Diskutera även fallet $a = b$.

svar:

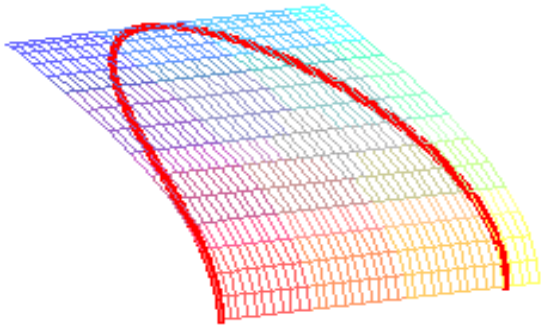
1. $\kappa = \dfrac{\sqrt{19}}{7\sqrt{14}}, R = \dfrac{1}{\kappa}$ **2.** $\kappa = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$

4. $\kappa = \dfrac{4}{5\sqrt{5}}$

5. $\kappa = \dfrac{1}{3\sqrt{3}}$ för $x = \pm ln\left(1 + \sqrt{2}\right)$

6. min i $(0, \pm b)$, max i $(\pm a, 0)$,
om $a = b$, så är krökningsradien = cirkelns radie

kurvan i uppg.2



Inlämningsuppgifter matematiska metoder E1, del D, vt 1999

1. Läs PM angående inlämningsuppgifterna (varje uppgift kan ge 1p som adderas till dina poäng på matte-tentan del D: 1/6, 23/8 och jan 2000, ej senare tentor).
2. Med dessa inlämningsuppgifter får du chansen att träna att formulera dig, att skriva ner en lösning på ett acceptabelt sätt. Utnyttja denna chans!
3. Lämna lösningen personligen till din övningsledare; det är han som rättar din lösning och som skall kunna diskutera den med dig. Du får tillbaka den i räknestugan efter inlämnandet. Byte av övningsgrupp medges ej.
4. Lösningar inlämnade efter angiven tid rättas ej. Blad utan namn och persnr rättas ej!!!!

Uppgift 1: Lämnas må 12/4 (grupp a-c) resp ti 13/4 (grupp d-f)

a) Beräkna krökningen för kurvan $C: t \mapsto \left(ln(2t-1),\, 2\,arctan\, t,\, t^2-3\right)$ i punkten $\left(0, \frac{\pi}{2}, -2\right)$.

b) Beräkna arean av ytan Y: $(u,v) \mapsto \left(u^2, uv, \frac{v^2}{2}\right),\ 0<u<1,\ 0<v<3$.

Uppgift2: Lämnas on 21/4 resp fr 23/4

a) Beräkna volymen av kroppen $\left\{(x,y,z): -y \le x \le y \le z \le \sqrt{x^2+y^2} \le 1\right\}$.

b) Beräkna massan av kroppen $\left\{(x,y,z): 0 \le y \le 2-z \le x \le 2\right\}$ då dess densitet är $\rho(x,y,z) = \dfrac{x+y}{2x+y+z-2}$.

Uppgift 3: Lämnas må 26/4 resp ti 27/4

Låt $\mathbb{F} = \left(2x+2xy,\, x^2+2yz,\, y^2+3z^2\right)$.

a) Beräkna flödet av $\mathbb{F}$ bort från origo genom ytan $x = \sqrt{4-y^2-z^2}$, $x \ge 0$.

b) Visa att $\mathbb{F}$ är ett gradientfält och bestäm en potential till $\mathbb{F}$.

c) Beräkna $\int_C \mathbb{F} \bullet d\mathbf{r}$, där C: $t \mapsto \left(\frac{1}{2}\left(t^3+t\right), \frac{1}{2}\left(t^2+t\right), \frac{1}{8}\left(t^5-t^3\right)\right),\ 1 \xrightarrow{\ t\ } 2$.

Uppgift 4: Lämnas on 5/5 resp fr 7/5

För vilka rella tal p konvergerar serierna

a) $\sum_{n=1}^{\infty} n^p 2^{-n}$ **b)** $\sum_{n=1}^{\infty} n^p n^{-2}$ **c)** $\sum_{n=1}^{\infty} p^n 2^n$ **d)** $\sum_{n=1}^{\infty} n^p p^n$?

Uppgift 5: Lämnas on 12/5 resp fr 14/5

Funktionen f har perioden 2 och $f(t) = t + cosht$ för $-1 < t < 1$.
Utveckla f i Fourierserie på komplex form och på amplitud-fasvinkelform.