

Datorlaborationer i matematiska metoder E1, del D (TMA042), vt 2000

1. Laborationerna är ej obligatoriska.
2. Laborationerna genomförs individuellt. Grupparbete godkänns ej.
3. Laborationerna består av 4 uppgifter. Förtjänstfullt utförda lösningar kan ge bonuspoäng (en per uppgift) vid tentamina i matem. met. för E1, del D, 27/5, 21/8 och januari 2001.
4. Lösningarna skall göras angiven vecka och lämnas till mig angiven tid.
5. Skriv namn och personnummer längst upp på varje inlämnat blad, blad utan namn eller utan personnummer rättas ej. Lösningarna lämnas tillbaka med del D-tentan.

Syfte

Att öka förståelsen för kursens olika moment genom att lära dig att utnyttja datorn för att

- se hur frenet-systemet följer en kurva, se ytor
- se hur bra Fourierserien approximerar funktioner (hur många övertoner behövs...)
- beräkna krökning, torsion, dubbel- och trippelintegraler, divergens och rotation mm.

Uppgift 1 (krökning, torsion, Frenet-frame)

[skall göras v 12, lämnas må 3/4, kl 15.00 till mig]

Betrakta kurvan $C: \begin{cases} x = (a + b \cos qt) \cos pt, \\ y = (a + b \cos qt) \sin pt, \\ z = c \sin qt \end{cases} \quad 0 \xrightarrow{t} 2\pi \quad (\text{torusknot}),$

då a, b, c, p, q ges av ditt personnummer enligt anvisningarna.

- a) Beräkna kurvans krökning och torsion i punkten $C(\frac{\pi}{3})$.
- b) Rita C och det rörliga koordinatsystemet (d.v.s Frenet-ramen $\mathbf{e}, \mathbf{n}, \mathbf{b}$) i en animerad framställning i punkterna $C(t)$, $t = \frac{\pi k}{10}$, $k = 1, 2, \dots, 9$.

Uppgift 2 (ytor på parameterform, area, dubbelintegral, trippelintegral)

[skall göras v 12/13, lämnas må 3/4, kl 15.00 till mig, ihopfäst med uppgift 1]

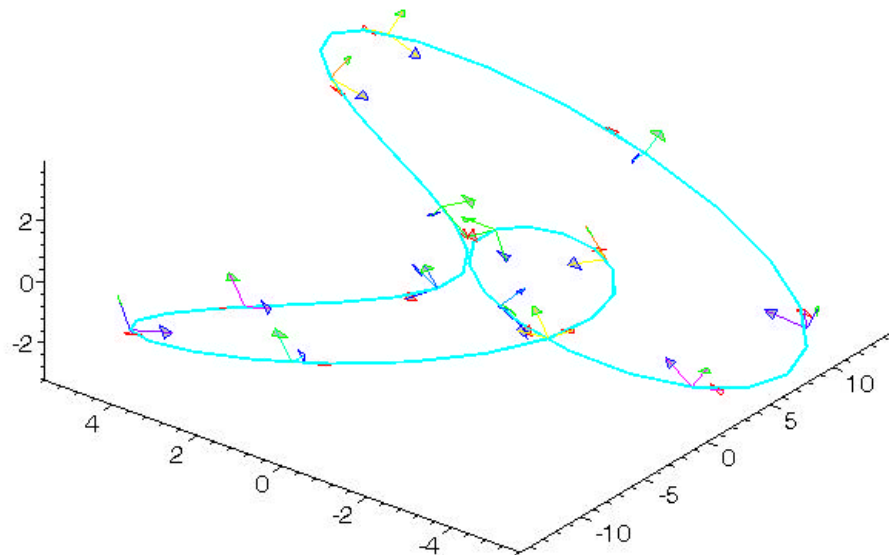
- a) Då kurvorna $C_1(t) = (2 + \sinh t, \cosh 2 - \cosh t)$, $0 \xrightarrow{t} 2$
och $C_2(t) = (2 + \sin(\frac{2}{3}t), \frac{1}{2}(\cosh 2 - 1)(2 - t))$, $0 \xrightarrow{t} 2$
roterar kring x -axeln uppstår en rotationsyta. Rita denna och beräkna dess area.
Rita även den yta som uppstår då kurvorna roterar kring y -axeln.
- b) Beräkna $\iiint_K e^{x+y+z} dx dy dz$, där K ges av $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ och $x + y + z \leq 1$.
- c) Beräkna massan av halvklotet $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, $x \geq 0$, då dess densitet är
$$\rho(x, y, z) = \frac{1+x}{1+x^2+y^2+z^2}.$$

ANVISNINGAR

Uppg.1: Ta som a, b, c, p, q de fem första siffrorna $\neq 0$ i ditt personnummer (se labb C!). Repetera noggrant avsnitt 5.7 i Persson/Böjers! Normalen $\mathbf{n}$ fås så (normeringen görs sedan med enh): $\frac{d\mathbf{e}}{ds} = \frac{d\mathbf{e}}{dt} \cdot \frac{dt}{ds} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\dot{\mathbf{r}}}{v} \right) \cdot \frac{1}{v} = \frac{1}{v} \cdot \frac{\ddot{\mathbf{r}}v - \dot{v}\dot{\mathbf{r}}}{v^2}$ där $v = |\dot{\mathbf{r}}| = \frac{ds}{dt}$. Se EX3, där hittar du

kommentarer och tips. Lämna in figuren med kurvan och $\mathbf{e}, \mathbf{n}, \mathbf{b}$ i en lämplig punkt. Om du tycker att det tar för lång tid (för ditt pers-nr.) rita kurvan bara med *spacecurve*. På kursens hemsida finns ytterliga en fin-fin animering av Frenet-ramen, nämligen för den koniska skruvlinjen.

Uppg.2: Se EX1 och EX2. Rotationsytan kring y -axeln är $(x \cos \varphi, y, x \sin \varphi)$.



Lycka till!

mars 2000,
Bernhard Behrens