

Datorlaborationer i matematiska metoder E1, del D (TMA042), vt 2000**Uppgift 3 (divergens, rotation, funktionsföljder, Fourierserier)**

[a) och b) skall göras v 15, c) v 16-19, lämnas må 15/5, kl 15.00 till mig]

- a) Låt $\mathbf{IF} = (x^2 \cosh(yz), x^3 + y^2 + \arctan(xz), \sinh(x + y + z) \sin(xyz))$.

Beräkna med datorn $\text{rot}(\mathbf{IF})$, $\text{div}(\mathbf{IF})$, $\text{div}(\text{rot}(\mathbf{IF}))$ och $\text{rot}(\text{grad}(\text{div}(\mathbf{IF})))$.

- b) Låt $f_n(t; A) = e^{-\left|\frac{t}{A}\right|^n}$, $A > 0$ ("super-Gaussian-windows").

Rita funktionerna $f_n(t; 1)$ för $n = 1, 2, \dots, 10$, $-3 \leq t \leq 3$. Visa sedan för hand att följderna $f_n(t; A)$ är punktvis konvergent på \mathbb{R} och beräkna gränsfunktionen. Är $f_n(t; A)$ likformigt konvergent på \mathbb{R} ? Vilken roll spelar A ?

- c) f är udda, har period 4 och $f(t) = (1-t)\theta(1-t)$ för $t \in (0, 2)$ (extrauppg. vp5).

Rita för $t \in (0, 2)$ i var sitt diagram

f och de N :te delsummorna $S_N(t)$ till Fourierserien till f för $N = 4, 14, 59$,

resp. f och "Cesaro-medelvärdet" $\frac{1}{59} \sum_{k=1}^{59} S_k(t)$.

Uppgift 4 (matlab)

[skall göras v 16-19, lämnas må 15/5, kl 15.00 till mig, ihophäftad med uppgift 3]

- a) Kroppen K begränsas av sfärerna $x^2 + y^2 + z^2 = 36$, $x^2 + y^2 + z^2 = 64$

och konen $z = -\sqrt{\frac{1}{3}(x^2 + y^2)}$. Rita ∂K .

- b) Vilken funktion $g(t)$ har Fourierserien $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k\pi} \sin\left(\frac{k\pi}{2}t\right)$?

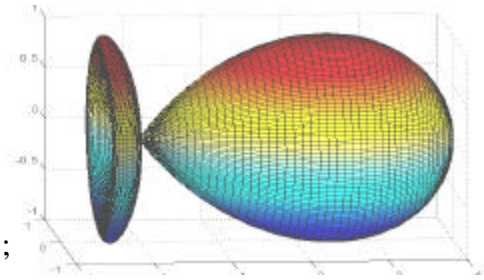
ANVISNINGAR**Uppg.3:**

- a) Se EX4: Med linjär-algebra-paketet kan du i *maple* beräkna gradientvektorn ∇f ($>\text{grad}(f(x,y,z), [x,y,z])$), rotation ("*curl*") och divergens: $\text{rot } \mathbf{IF} = \nabla \times \mathbf{IF}$ fås med $>\text{curl}([X,Y,Z], [x,y,z])$ och $\text{div } \mathbf{IF} = \nabla \cdot \mathbf{IF}$ fås med $\text{diverge}([X,Y,Z], [x,y,z])$, där $\mathbf{IF} = (X, Y, Z)$.
- b) Gör en animerad framställning, glöm ej "för hand uppgiften", svara! Skriv gärna dina kommentarer/svar för hand...Se EX5.
- c) Det blir två diagram, rita det första animerad. Se EX5. Beräkna gärna a_n och b_n med *maple*. Vad ger Cesaro-medelvärdet??

Uppg.4:

a) Beskriv ytan m.h.a. rymdpolära koordinater. Läs direkthjälpen (*help ...*) om du behöver utförligare information. Att rita ytor på parameterform är inget nytt. Jag ritar EX1:

```
[u,v]=meshgrid(0:0.04:pi,0:0.05:2*pi);
xk=2*cos(u).*(1+cos(u));yk=sin(2*u);
X=xk;Y=yk.*cos(v);Z=yk.*sin(v);
surf(X,Y,Z);
rotate3d (då kan du dra figuren med musen ...)
```



Anm: att plotta i MATLAB går också smidigt, läs om (och lär dig använda) *ezplot*, *ezmesh*, *ezmeshc*, *ezsurf*...; min yta fås då t.ex. så här (*rotate3d* är "på"):

```
ezsurf('2*cos(s)*(1+cos(s))','sin(2*s)*cos(t)','sin(2*s)*sin(t)',[0.0,0,2*pi]);
```

obs: här skrivs funktioner som "inline-funktioner", alltså utan punkt (som ovan då de är matriser)

b) Du skall svara explicit $g(t) = \dots$. Rita t.ex. S_{199} (eller *Cesaro*-medlet med $N = 478$)!

Anm:

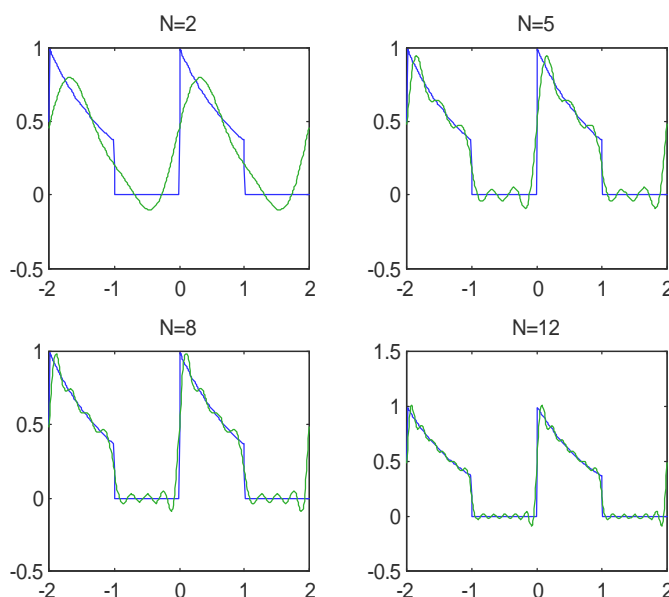
För att rita delsummor till Fourierserier är det smart att lägga dem som rader i en matris y . Jag ritar Ex5:

Först skriver jag en funktionsfil för Heaviside's språngfunktion $heav(x) = 0.5(1 + \text{sign}(x))$, sedan skapar jag vektorn t och $M \times P$ -matrisen y : vektorn $S_N(t)$ lagras i rad N , P är längden av raden = längden av $t = \text{size}(t,2)$ och M är antal delsummor jag vill ta med:

```
t=-2:0.01:2;
M=12;y=zeros(M,size(t,2));S=zeros(size(t));
for N=1:M
    S=S+(1-(-1)^N/exp(1))*(1+pi^2*N^2)^(-0.5)*cos(N*pi*t-atan(N*pi));
    y(N,:)=S;
end
```

Då kan vi nu rita f och delsummorna, säg S_2, S_5, S_8, S_{12} (obs: a_0 måste läggas till):

```
f=exp(-t-2).*(heav(t+2)-heav(t+1))+exp(-t).*(heav(t)-heav(t-1));
a0=0.5-1/2/exp(1);
subplot(221);plot(t,f,t,a0+y(2,:));title('N=2');subplot(222);plot(t,f,t,a0+y(5,:));title('N=5');subplot(223);plot(t,f,t,a0+y(8,:));title('N=8');subplot(224);plot(t,f,t,a0+y(12,:));title('N=12');
```



Lycka till!

april 2000

Bernhard