

Laboration 1. Grafer (funktionsytor), nivååtor, kurvor, parametriserade ytor, normaler, tangenter.

0. Rita en streck eller vektor mellan två godtyckligt utvalda punkter i R^2 och i R^3 . Använd funktioner plot eller quiver och plot3 eller quiver3 i MATLAB.

1. Rita grafer av kvadratiska former $f(x, y) = x^2 + 3y^2$, $g(x, y) = x^2 + 3y^2 + 10xy$. Använd funktioner surf och mesh i MATLAB. Skapa ett gitter i $x - y$ planet med hjälp av funktionen meshgrid i MATLAB.

Villken skillnad finns mellan era grafer och varför? Tips: använd kvadratkomplettering eller Sylvesters kriterium för att svara.

Rita också normaliserade normalvektorer till ytan i alla punkterna på ytan med (x, y) koordinaterna $x = -2, 1, 0, 1$; och $y = -2, 1, 0, 1, 2$.

Ange och förklara formler som du använder för normalvektorer.

Här har du ett exempel med ett program för att på olika sett rita grafer(funktionsytor) och nivåkurvor.

```
clear all ;
x = -10:0.5:10 ;
y = x ;
[X,Y] = meshgrid(x,y) ;
R =sqrt(X.^2 +Y.^2) +eps ;
F = sin(R)./R ;
subplot(3,2,1);
plot3(X,Y,F)
colormap copper ;
title('Vertikala skärningar av grafen till f(x,y) = sin(R)/R ')
subplot(3,2,2);
mesh(X,Y,F);
hidden off
colormap copper;
title('Vertikala skärningar av grafen till f(x,y) = sin(R)/R ')
subplot(3,2,3);
contour( X,Y, F, 15);
title('Nivåkurvor av f(x,y) = sin(R)/R' )
subplot(3,2,4)
contour3(X,Y,F, 15);
title('Horisontella skärningar av grafen till f(x,y) = sin(R)/R ')
subplot(3,2,5)
mesh(X,Y,F ) ;
hidden off
hold on
contour(X,Y,F, 15);
colormap copper
title('Grafen och nivåkurvor p samma bild');
subplot(3,2,6)
surfl(X,Y,F ) ;
copper ;
shading interp
```

title('Grafen som yta belysad uppifrån')

2. Rita två nivåytor för funktionen (kvadratiska formen) $Q(x) = x^T Ax$, med

matrisen $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$: en för ett positivt värde och en för ett negativt

värde av funktionen. Är den kvadratiska formen positivt definit, negativt definit eller indefinit?

Vad heter de ytor som uppstår för positiva och negativa värden av funktionen? Vi har betraktat sådana i en enklare situation.

Programmet som kan användas för att rita nivåytor med huvudkommandot `isosurface(X,Y,Z,V,varde)` är följande:

```
varde=-1
x=-1.5:0.1:1.5;
z=x;
y=x;
[X,Y,Z]=meshgrid(x,y,z);
V=X.*X+3*Y.*Y+Z.*Z+2*X.*Y+6*X.*Z+2*Y.*Z;
p = patch(isosurface(X,Y,Z,V,varde));
isonormals(X,Y,Z,V,p);
set(p,'FaceColor','red','EdgeColor','none');
daspect([1 1 1])
view(3); axis tight
camlight
lighting gouraud
axis equal
```

X, Y, Z, V variabler i kommandot `isosurface` är matriser med x, y, z koordinatvärdena, värdena av funktionen på gittret och värdet för nivåytan.

Rita också normaliserade normalvektorer till nivåytan med negativt värde av funktionen i några fyra lämpliga punkter. Använd en kontrast färg för normaler! Ange och förklara formler som du använder för normalvektorer.

3. Använd samma typ av program för att rita någon mera komplicerad funktion av (x, y, z) till exempel en som innehåller

\sin och \cos funktioner och varierar kraftigare inom definitionsområde.

Välj funktionen själv.

4. Rita parametriserade ytor: ett plan, och en torus (donut).

För planet välj själv två icke parallella vektorer som ligger i planet för att skriva ner parametriseringen.

Torus är en yta som utgörs med att rotera en ring (cirkel) längs en annan större ring (cirkel) i rummet. Paramteriseringen är då:

$$X = (R - \cos(s)) * \cos(t);$$

$$Y = (R - \cos(s)) * \sin(t);$$

$Z = \sin(s)$; där t är vinkeln längs större cirkeln, och s är vinkeln längs mindre cirkeln radien av mindre cirkeln är 1 och radien av större cirkeln är R .

Använd följande exempel som ritar sfären med radien 1 som förebild för ditt eget program. Här är ϕ och θ vinklar i rundpolära koordinater på sfären.

```
k = 5;
n = 2^k-1;
theta = pi*(-n:2:n)/n;
phi = (pi/2)*(-n:2:n)/n;
X = cos(phi)*cos(theta);
Y = cos(phi)*sin(theta);
Z = sin(phi)*ones(size(theta));
colormap copper;
C = ones(size(X));
surf(X,Y,Z,C)
axis equal
shading interp
```

5. Använd samma typ av program för att rita någon egen parametriserad yta.

Rita normaliserade normalvektorer till ytan i fyra lämpliga punkterna. Ange och förklara formler som du använder för normalvektorer.