

Stencil N 11

Volumintegraler. Tyngdpunkten.

Berkna volumer av följande kroppar.

1. Kroppen mellan planet $z = 0$ och paraboloiden $x^2 + y^2 = z + 1$;
2. Kroppen mellan planet $z = 0$ och paraboloiden $x^2 + y^2 = z + 1$;
3. Kroppen begränsad av följande ytor: paraboloiden $z = x^2 + y^2$; planen $z = 0$; $y = 1$; $y = 2x$; $y = 6 - x$.
Svar : $78\frac{15}{32}$.
4. Kroppen begränsad av följande ytor: paraboloiden $4az = x^2 + y^2$; cylindern $x^2 + y^2 = 2cx$ och planet $z = c$.
Svar : $\frac{3c^4\pi}{8a}$
5. Kroppen begränsad av följande ytor: paraboloiden $z = 1 - x^2 - y^2$; planet $z = 0$
Svar : $\pi/2$
6. Berkna tyngdpunkten av kroppen begränsad av följande ytor: konen $z^2 = xy$ och planen $x = a$, $y = b$, $z = 0$.
Svar : $x_c = \frac{3}{5}a$, $y_c = \frac{3}{5}b$, $z_c = \frac{9\sqrt{ab}}{32}$.
7. Berkna tyngdpunkten av den delen av klotet : $x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2$ dr $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.
Svar : $x_c = y_c = z_c = \frac{3a}{8}$

Berkna integraler.

8.

$$\int_0^1 dx \int_0^1 dy \int_0^1 \frac{dz}{\sqrt{x+y+z+1}}$$

Svar : $\frac{8}{15}(31 - 27\sqrt{3} + 12\sqrt{2})$

9.

$$\int_0^2 dx \int_0^{2\sqrt{x}} dy \int_0^{\sqrt{\frac{4x-y^2}{2}}} x dz$$

Svar : $4\pi\sqrt{2}/3$

10.

$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int_0^{1-x-y} xyz dz$$

Svar : $\frac{1}{720}$