Stencil 6.
Nablarkning.

Låt c vara en konstant och f, u, v vara skalära funktioner, $\vec{a}$, $\vec{b}$ - vektorvärda funktioner

Bevisa formler:

4408a. $\operatorname{grad}(c\ \ u) = c \operatorname{grad} u$

4408b. $\operatorname{grad}(u\, v) = v \operatorname{grad} u + u \operatorname{grad} v$

4413. $\operatorname{grad} f(u,v) = \dfrac{\partial f}{\partial u}\operatorname{grad} u + \dfrac{\partial f}{\partial v}\operatorname{grad} v$

4414. $\Delta(uv) = u\,\Delta v + v\,\Delta u + 2\nabla\, u \cdot \nabla\, v$
Där $\Delta f = \nabla \cdot \nabla f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$ är Laplace operator.

4410. Beräkna: $\operatorname{grad} f(|\vec{r}|)$ där $\vec{r} = [x,y,z]^T$

Bevisa formler:

4424. $\operatorname{div}(\,u\vec{a}) = u \operatorname{div}\vec{a} + \vec{a}\cdot \operatorname{grad} u$

2.84. $\operatorname{div}(\operatorname{rot}\vec{a}) = 0$

2.58.a) **Beräkna:** $\operatorname{div}(\vec{a})$, där $\vec{a} = f(|\vec{r}|)\vec{r}$, och $\vec{r} = [x,y,z]^T$.

2.58.b) Bestäm för vilka funktioner f det gäller att $\operatorname{rot}\vec{a} = 0$?

Bevisa formler:

2.84.a) $\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\vec{a}) =$ $\operatorname{grad}\operatorname{div}(\,\vec{a})$ - $\Delta(\,\vec{a})$

2.84.b) $\operatorname{rot}(\operatorname{grad} u\,) = 0$

2.84.c) $\operatorname{rot}(\operatorname{grad} u\,) = 0$

2.87.d) $\operatorname{rot}(\,\vec{a}\times\vec{b}) = \vec{b}\cdot\ \nabla\,\vec{a} - \vec{a}\cdot\nabla\,\vec{b} + \vec{a}\ \operatorname{div}\vec{b} + \vec{b}\operatorname{div}\vec{a}$

2.80. Beräkna: $\operatorname{rot}(\,\vec{a}\times\vec{b})$, där $\vec{a} = [x^2, y^2, z^2]^T$, $\vec{c} = [1,-1,2]^T$

Svar:

4410. $f\,(|\vec{r}|)'\ \dfrac{1}{|\vec{r}|}\vec{r}$

2.58. a) $3f + rf'(r)$;

2.58. b) $\vec{a} = \dfrac{c}{|\vec{r}|^3}\vec{r}$

2.80. $[-2y, 2x, 6x+4y]^T$