

## Stencil 10. Kurvintegral.

Beräkna kurvintegralerna. Slutna kurvor genomlöps ett varv moturs.

1.  $\int_C (x - 1/y) dy$ ,  $C$  är parabeln  $y = x^2$  mellan  $(0, 0)$  och  $(2, 4)$ .
2.  $\int_C (xy) dx$ ,  $C$  är kurvan  $y = \sin x$  från  $x = \pi$ , till  $x = 0$ .
3.  $\int_C (x^2 - y^2) dx$ ,  $C$  är rektangeln med hörn  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(1, 2)$ ,  $(0, 2)$ ;
4.  $\int_C x \cos y dx - y \sin x dy$ ,  $C$  - rät linje från  $(0, 0)$  till  $(4, 2)$ .
5.  $\int_C \frac{y dx + x dy}{x^2 + y^2}$  från  $(1, 2)$  till  $(3, 6)$  längs rät linje.
6.  $\int_C x dx + xy dy$  längs halvcirkeln av cirkeln  $x^2 + y^2 = 2x$  från  $(2, 0)$  till  $(0, 0)$ .
7.  $\int_C 4x \sin^2(y) dx + y \cos^2(2x) dy$  längs linjen  $y = 2x$  från  $(0, 0)$  till  $(3, 6)$ .
8.  $\int_C 2y dx - 3x dy$ ,  $C = \{(x, y) : 2x^2 + 3y^2 = 4\}$ .
9.  $\int_C (e^{x+y} - y) dx + (e^{x+y} - 1) dy$ , där
  - (a)  $C$  är  $x$ -axeln från origo till  $(1, 0)$ ;
  - (b)  $C$  är halvcirkeln i första kvadranten från origo till  $(1, 0)$ .
10.  $\int_C \frac{dx - dy}{2 + x + y}$ ,  $C$  är kvadraten med hörnen  $(1, 0)$ ,  $(0, 1)$ ,  $(-1, 0)$ ,  $(0, -1)$ .
11.  $\int_C (y^3 + \sin(x - y)) dx - (y^2 + x^3 + \sin(x - y)) dy$ ,  $C$  är cirkeln  $x^2 + y^2 = 2$  från  $(-1, -1)$  till  $(1, 1)$  i kvadranterna 3, 2, 1.
12.  $\int_C \ln(x^2 + y^2) dx + 2 \arctan \frac{x}{y} dy$ ,  $C$  är sträckan från punkten  $(1, 0)$  till punkten  $(0, 1)$ .

**Svar:**

1.  $2(7/3 - \ln 2)$
2.  $-\pi$ ;
3. 4;
4.  $8 \sin 2 + 4 \cos 2 + \cos 4 - 1/4 \sin 4 - 4$ ;
5.  $4/5 \ln 3$ ;
6.  $-4/3$ ;
7. 18;
8.  $\frac{-10\pi\sqrt{6}}{3}$ ;
9. (a)  $e - 1$ ; (b)  $e - 1 - \frac{\pi}{8}$ ;
10.  $\frac{4}{3}$ ;
11.  $3\pi - \frac{2}{3}$ ;
12. 2;