

## Stencil 8, 9

Beräkna följande integraler över rektanglar.

$$3477. \iint_D xy \, dx \, dy \quad (0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 2) \quad \text{Svar: } 1.$$

$$3478. \iint_D e^{x+y} \, dx \, dy \quad (0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1) \quad \text{Svar: } (e - 1)^2.$$

$$3479. \iint_D \frac{x^2}{1+y^2} \, dx \, dy \quad (0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1) \quad \text{Svar: } \frac{\pi}{12}.$$

$$3480. \iint_D \frac{1}{(1+x+y)^2} \, dx \, dy \quad (0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1) \quad \text{Svar: } \ln\left(\frac{4}{3}\right).$$

$$3481. \iint_D \frac{y}{(1+x^2+y^2)^{3/2}} \, dx \, dy \quad (0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1) \quad \text{Svar: } \ln\left(\frac{2+\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}}\right).$$

$$3482. \iint_D x \sin(x+y) \, dx \, dy \quad (0 \leq x \leq \pi, \quad 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}) \quad \text{Svar: } \pi - 2.$$

$$3483. \iint_D x^2 y e^{xy} \, dx \, dy \quad (0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 2) \quad \text{Svar: } 2.$$

$$3484. \iint_D x^2 y \cos(xy^2) \, dx \, dy \quad (0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \quad 0 \leq y \leq 2) \quad \text{Svar: } \frac{-\pi}{16}.$$

Beräkna följande integraler i planet.

$$1. \int_0^3 dx \int_0^2 \frac{e^{x/3}}{4+y^2} dy. \quad \text{Svar: } \frac{3}{8}\pi(e-1)$$

$$2. \int_0^2 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^x \frac{x}{x^2+y^2} dy. \quad \text{Svar: } \ln 2$$

$$3. \int_1^2 dy \int_3^4 \frac{dx}{(x+y)^2}. \quad \text{Svar: } \ln(25/24)$$

$$4. \int_0^{\pi/4} d\varphi \int_{5\cos(\varphi)}^5 r dr. \quad \text{Svar: } \frac{25}{8}(\pi/2 - 1)$$

$$5. \int_2^4 dx \int_x^{2x} \frac{y}{x} dy. \quad \text{Svar: } 9$$

$$6. \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^a r^2 (\sin \varphi)^2 dr. \quad \text{Svar: } \frac{\pi a^3}{3}$$

$$7. \int_1^2 dy \int_0^{\ln y} e^x dx. \quad \text{Svar: } \frac{1}{2}$$

$$8. \int_0^1 dx \int_0^3 \frac{xdy}{e^x(y^2+9)}. \quad \text{Svar: } \frac{\pi}{12}(1-2/e)$$

$$9. \int_0^{2\pi} \int_0^\infty e^{-kr^2} r dr d\varphi. \quad \text{Svar: } \frac{\pi}{k}$$

$$10. \int_0^1 \int_0^1 x\sqrt{y} dy dx \quad \text{Svar: } \frac{1}{3}$$

11.  $\int_0^1 \int_{-1}^0 x e^{xy} dy dx$  Svar:  $\frac{1}{e}$

I övningar 12-26 ange gränser för integreringen i dubbelintegralen  $\int \int_D f(x, y) dx dy$  på två olika sätt.

12.  $D$  är begränsad av linjer:  $x^2 + y^2 = a^2$ ;  $x$ -axeln; och villkoret  $y \geq 0$ .

13.  $D$  är begränsad av linjer:  $y^2 = 2x$ ;  $y = x$ .

14.  $D$  är begränsad av linjer:  $x^2 + y^2 = 4$ ;  $x = 0$ ;  $y = 0$ ;  $y = 1$ ; ( $x \geq 0$ ).

15.  $D$  är begränsad av linjer:  $y = x$ ;  $y = 2x$ ;  $x = 1$ .

16.  $D$  är begränsad av linjer:  $y = x$ ;  $x = a$ ;  $y = b$ ; ( $a < b$ ).

17.  $D$  är begränsad av linjer:  $y = 0$ ;  $x + y = 3$ ;  $y = 2x$ .

18.  $D$  är parallelogramm begränsad av linjer:  $y = x$ ;  $y = x - 2a$ ;  $y = a$ ;  $y = 0$ .

19.  $D$  är begränsad av linjer:  $x^2 + y^2 = 1$ ; och villkor:  $y \geq x$ ;  $x \geq 0$ .

20.  $D$  är begränsad av linjer:  $y^2 = x - 1$ ;  $x = 3$ .

21.  $D$  är begränsad av linjer:  $x^2 - 2ax + y^2 = 0$ ;  $y = 0$ , och villkor:  $y \geq 0$ .

22.  $D$  är begränsad av linjer:  $xy = 1$ ;  $y = x$ ,  $x = 2$ .

23.  $D$  är definierad av villkoret:  $x^2 + y^2 \leq x$ .

24.  $D$  är begränsad av villkor:  $y \geq x$ ;  $y \leq 1$ ,  $x \geq -1$ .

25.  $D$  är begränsad av linjer:  $y \geq 0$ ;  $x = 1 - y$ ,  $x = -\sqrt{1 - y^2}$ .

26.  $D$  är begränsad av linjer:  $x - 2ax + y^2 = 0$ ;  $y^2 = 2ax$ ,  $x = 2a$ ,  $y > 0$ .