

Flervariabelanalys E2, Vecka 2 Ht07

Omfattning och innehåll

12.1 Reellvärda funktioner av flera variabler, graf, nivåkurvor.

12.2 Gränsvärden och kontinuitet.

12.3 Partiella derivator, tangentplan och normaler till funktionsytor.

12.4 Högre ordningens derivator.

12.5 Kedjeregeln.

12.6 Linjära approximationer, differentierbarhet och differentierbarhet.

tma043 V2, Ht07 bild 1

Mål Denna vecka skall du lära dig

rita graf till reellvärd funktion av två variabler, för hand och med Matlab.

förklara vad som menas med gränsvärde och bevisa någon gränsvärdesregel.

förklara vad som menas med att en funktion är kontinuerlig och avgöra om en funktion är kontinuerlig.

tma043 V2, Ht07 bild 2

Mål Denna vecka skall du också lära dig

beräkna partiella derivator genom att tillämpa deriveringsregler.

bestämma tangentplan och normal till funktionsyta.

genomföra variabelbyten i partiella differentialekvationer.

beräkna differential till en funktion och utnyttja denna till approximativ beräkning av funktionsvärden.

beräkna Jacobimatrisen till en funktion och utnyttja denna till approximativ beräkning av funktionsvärden.

tma043 V2, Ht07 bild 3

Centrala begrepp:

Funktion – function.

Definitionsmängd, domän – domain.

Målmängd, codomän – codomain.

Värdemängd – range.

Nivåkurva – level curve.

Gränsvärde – limit.

Kontinuerlig – continuous.

Partiell derivata – partial derivative.

Tangent plan, normallinje

Adams 12.1, tma043 V2, Ht07 bild 4

Definition: Gränsvärde Låt f vara en reellvärd funktion av två variabler med definitionsmängd D_f .

Vi säger då att

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x,y) = L$$

om

1. varje omgivning till (a, b) innehåller punkter i D_f andra än (a, b) .
2. till varje positivt tal ϵ finns det ett positivt tal $\delta = \delta(\epsilon)$ sådant att $|f(x, y) - L| < \epsilon$ gäller för alla punkter (x, y) i D_f som uppfyller att $0 < \|(x, y) - (a, b)\| < \delta$.

Adams 12.2, tma043 V2, Ht07 bild 5

Tolkning: $f(x, y)$ har gränsvärdet L då $(x, y) \rightarrow (a, b)$ om

1. (a, b) är en inre punkt eller randpunkt till D_f .
2. Skillnaden mellan $f(x, y)$ och L kan fås hur liten som helst, bara man håller sig tillräckligt nära (a, b) .

Adams 12.2, tma043 V2, Ht07 bild 6

Definition: Kontinuitet Funktionen $f(x, y)$ kallas kontinuerlig i punkten (a, b) om

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x, y) = f(a, b)$$

Notera att detta innebär att (a, b) skall tillhöra D_f , gränsvärdet skall existera **och** vara samma som funktionsvärdet $f(a, b)$.

Adams 12.2, tma043 V2, Ht07 bild 7

Partiell derivata

Låt f vara en reellvärd funktion av två variabler med definitionsmängd D_f och antag att (a, b) är en inre punkt i D_f .

Den partiella derivatan av f med avseende på x är funktionen $f_1(x, y)$ vars funktionsvärde ges av gränsvärdet

$$f_1(x, y) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h, y) - f(x, y)}{h}$$

i de punkter gränsvärdet existerar.

Notera att den partiella derivatan bara kan finnas i inre punkter i D_f .

Adams 12.3, tma043 V2, Ht07 bild 8