

M1

Tentamensskrivning i

TMV015 Linjär algebra och matematisk analys i flera variabler: Inledande kurs

Datum: 2004-06-02

Hjälpmedel: Innan svarslappen med svaren på teorifrågorna har lämnats in tillåts **inga hjälpmedel**.

Därefter tillåts valfri miniräknare, kursböckerna<sup>1</sup> samt formelsamlingen Beta.

Telefonvakt: Alex Herbertsson 0740-459022

..... Att läsa innan du börjar arbeta med uppgifterna .....

Denna tentamen består av två delar. Första delen, dvs uppgift 1, avser att testa din kunskap om de grundbegrepp vi arbetat med i kursen. Du skall **endast** ange **svar**, dvs sant eller falskt (eller inget svar), på denna uppgift på den bifogade svarblanketten. Andra delen, dvs uppgifterna 2, 3, 4, 5 och 6, avser att testa din förmåga att lösa problem med hjälp av den teori vi gått igenom i kursen. Här skall **fullständiga lösningar** redovisas. Observera att före inlämnandet av den bifogade svarslappen är inga hjälpmedel tillåtna. Lycka till!!

..... Sant/falskt-delen .....

**Uppgift 1:** (varje rätt svar ger +1p, varje felaktigt svar ger -1p, inget svar ger 0p, totalpoängen på uppgiften ges av max (0, antalet rätta svar - antalet felaktiga svar))

1. Varje funktion  $f(x, y)$  som kan skrivas som produkten av en funktion  $g(x)$  och en funktion  $h(y)$ , där båda funktionerna är deriverbara, är partiellt deriverbar.
2. Varje funktion  $f(x, y)$  som kan skrivas som produkten av en funktion  $g(x)$  och en funktion  $h(y)$ , där båda funktionerna är deriverbara, är differentierbar.
3. Det finns inga linjära avbildningar  $A : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  för vilka  $\text{rang } A > n$ .
4. För varje par av kvadratiska matriser  $A$  och  $\tilde{A}$ , där  $\tilde{A}$  har erhållits från  $A$  genom att två rader har bytt plats, gäller att  $\text{rang } A = \text{rang } \tilde{A}$ .
5. Det finns funktioner  $g(x, y, z)$  för vilka ej alla nivåytor har tangentplan i varje punkt.
6. Om  $\gamma$  är en sluten kurva i rummet, dvs kurvans startpunkt är samma som kurvans slutpunkt, och  $\mathbb{F}$  är ett potentialfält, dvs  $\mathbb{F}(x, y, z) = \nabla f(x, y, z)$  för en reellvärd funktion  $f$ , så gäller

$$\int_{\gamma} \mathbb{F} \cdot d\mathbf{r} = 0.$$

7. En sluten kurva i rummet given av  $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ , där  $\mathbf{r}(t) \in C^2((0, 2\pi))$  och  $\mathbf{r}(t + \pi) = \mathbf{r}(t)$  för alla  $t \in [0, \pi]$  och dessutom  $\mathbf{r}'(t) \neq 0$  för alla  $t \in (0, 2\pi)$ , måste ha en punkt där krökningen är maximal.

(7 p)

---

<sup>1</sup>Med kursböckerna avses Sparr: Linjär algebra, Persson/Böiers: Analys i en variabel och Analys i flera variabler, dock ej övningshäftena

**Uppgift 2:** Bestäm för varje reellt tal  $\alpha$  baser för kolonrummet för  $A(\alpha)$  och nollrummet för  $A(\alpha)$  där

$$A(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 5 & 8 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 2 & 6 \\ 3 & 1 & 1 & \alpha & 4 \end{bmatrix}.$$

(6 p)

**Uppgift 3:**

1. Beräkna tangentplanet till nivåytan

$$\sin z + xz + xy = 0$$

i punkten  $(0, 0, \pi)$ .

2. Beräkna Taylorpolynomet av andra ordningen i  $(0, 0)$  till funktionen  $z(x, y)$  som uppfyller

$$\sin z + xz + xy = 0$$

med  $z(0, 0) = \pi$ .

(3+3 p)

**Uppgift 4:** Transformera den partiella differentialekvationen

$$y^2 f''_{xy} + 2yx^3 f''_{yy} - 2x^3 f'_y = 4xy^3, \quad x > 0, y > 0,$$

genom att införa nya variabler

$$\begin{aligned} u &= x^4 - y^2, \\ v &= x^2. \end{aligned}$$

Bestäm sedan samtliga lösningar  $f(x, y)$  till ekvationen ovan som uppfyller villkoret

$$f(x, x) = x^4, \quad x > 0.$$

(6 p)

**Uppgift 5:** Bestäm största värdet av

$$f(x, y, z) = \sin x \sin y \sin z$$

då  $x, y$  och  $z$  är vinklarna i en triangel.

(5 p)

**Uppgift 6:** Beräkna kurvintegralen  $\int_{\gamma} P(x, y) dx + Q(x, y) dy$ , där  $\gamma$  är cirkeln  $x^2 + y^2 = 1$  genomlöpt ett varv moturs, då  $P$  och  $Q$  är funktioner som på  $\gamma$  satisfierar likheten

$$xQ(x, y) - yP(x, y) = 1.$$

(5 p)

Jag heter

.....

Påstående nummer	sant	falskt	inget svar ges
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

Glöm ej att skriva ditt namn!  
Glöm ej att lämna in denna svarsapp!!