

Hjälpmedel: Innan svarsbladen med svaren på teorifrågorna har lämnats in tillåts **inga hjälpmedel**. Därefter tillåts valfri miniräknare, kursböcker (Persson-Böiers: "Analys i en variabel" och "Analys i flera variabler", Sparr: "Linjär algebra" samt Pettersson: "Förberedande kurs i matematik") och Beta (enda tillåtna formelsamling). Däremot tillåts ej andra böcker/övningshäften, egna anteckningar, gamla tentor med lösningar eller andra lösa blad.

Telefonvakt:

\_\_\_\_\_ Att läsa innan du börjar arbeta med uppgifterna \_\_\_\_\_

Denna tentamen består av två delar. Första delen, dvs uppgift 1, avser att testa din kunskap om de grundbegrepp vi arbetat med i kursen. Du skall **endast** ange **svaret**, dvs sant eller falskt (eller inget svar), på denna uppgift på den bifogade svarblanketten. Andra delen, dvs uppgifterna 2, 3, 4, 5 och 6, avser att testa din förmåga att lösa problem med hjälp av den teori vi gått igenom i kursen. Här skall **fullständiga lösningar** redovisas. Observera att före inlämnandet av den bifogade svarsbladen är inga hjälpmedel tillåtna. Observera också att på första uppgiften ger rätt svar 1p medan felaktigt svar ger -1p och om svar ej ges fås 0p. Totalpoängen på uppgift 1 kan dock som lägst bli 0p. Lycka till!!

\_\_\_\_\_ Sant/falskt-delen \_\_\_\_\_

### Uppgift 1:

1. Det finns vektorer som är egenvektorer till olika egenvärden samtidigt.
2. Om  $A$  är en diagonaliserbar  $n \times n$ -matris med egenvärdena  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  så gäller

$$\det A^3 = \lambda_1^3 \cdot \lambda_2^3 \cdot \dots \cdot \lambda_n^3.$$

3. Variabelbytet

$$\begin{cases} x = 2r \cos \theta \\ y = 2r \sin \theta \end{cases}$$

har funktionaldeterminanten  $\frac{d(x,y)}{d(r,\theta)}$  lika med  $2r$

4. Om  $\text{rot } \mathbb{F} = \mathbb{0}$  så är vektorfältet  $\mathbb{F}$  ett potentialfält.
5. Antag att  $\mathbb{F}$  är definierad i hela  $\mathbb{R}^2$  och låt  $\gamma(x, y)$  beteckna en orienterad kurva från origo till punkten  $(x, y)$ . Då gäller att om  $\int_\gamma \mathbb{F} \cdot d\mathbf{r}$  är oberoende av vägen så definierar  $U(x, y) = \int_{\gamma(x,y)} \mathbb{F} \cdot d\mathbf{r}$  en potential till  $\mathbb{F}$ .

6. Integralen

$$\iint_D \frac{1}{(1+x^2+y^2)^\alpha} dx dy,$$

där  $D = \{(x, y) : |x| > |y|\}$ , är konvergent för alla  $\alpha > 1$ .

7. Formeln

$$\text{div rot } \mathbb{F} = 0$$

gäller för alla  $C^1$ -vektorfält  $\mathbb{F}$ .

**Uppgift 2:** Beräkna för godtyckligt positivt heltal  $n$  matrisen  $A^n$  då

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

(5 p)

**Uppgift 3:** Beräkna

$$\iint_D x \cos y \, dx dy,$$

där  $D = \{(x, y) : 0 \leq y \leq x, x^2 + y^2 \leq 1\}$ .

(5 p)

**Uppgift 4:** Beräkna totalmassan för kroppen  $K$  där

$$K = \{(x, y, z) : (x - z)^2 + y^2 \leq z \leq 2\}$$

och densiteten ges av  $\rho(x, y, z) = z$ .

(6 p)

**Uppgift 5:** Beräkna kurvintegralen  $\int_\gamma \mathbb{F} \cdot d\mathbf{r}$  där

$$\mathbb{F}(x, y, z) = (2xy(x^2 + 1)^{y-1}, (x^2 + 1)^y \ln(x^2 + 1) + z, y)$$

och  $\gamma$  är skärningskurvan ett varv runt mellan ytorna  $x^2 + y^2 = 1$  och  $x + 2y + 3z = 0$  moturs sett från punkten  $(0, 0, 10)$ .

(6 p)

**Uppgift 6:** Beräkna ytintegralen  $\iint_Y \mathbb{F} \cdot \mathbb{N} \, dS$  där  $\mathbb{F}(x, y, z) = (x, y, x^2 + y^2)$  och  $Y$  är halvsfären  $\{(x, y, z) : x^2 - 2x + y^2 + z^2 = 3, z \geq 0\}$  med enhetsnormalen  $\mathbb{N}$  pekande uppåt.

(6 p)

.....

Påstående nummer	sant	falskt	inget svar ges
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

Glöm ej att skriva ditt namn!  
Glöm ej att lämna in denna svarsapp!!