

Matlabövning 1
Flervariabelanalys för E2 Ht 2007

Matematiska Vetenskaper
Carl-Henrik Fant med tack till Tommy Gustafsson

I uppgifterna som följer behövs bland annat följande kommandon,

linspace, plot, plot3, meshgrid, contour, mesh och **meshc**.

Använd Matlabs hjälpfunktion för att bekanta dig med dem innan du börjar med uppgifterna.

1. För att rita en kurva i planet eller rummet används kommandot **plot** eller **plot3**. det senare för rymdkurvor. Eftersom det inte finns någon anledning att lagra funktionerna som används i uppgiften väljer man lämpligen att inte skriva funktionsfiler utan definierar istället s.k. anonyma funktioner (läs i Matlabs hjälp om *anonymous function*).

Här följer ett exempel på hur man kan rita en cirkel med radie 1.

```
>> x = @(t) cos(t);  
>> y = @(t) sin(t);  
>> s = linspace(0,2*pi,300)  
>> plot(x(s),y(s))
```

Raden `>> s = linspace(0,2*pi,300)` ger en radmatris med 300 punkter på intervallet $[0, 2\pi]$. Att jag kallade den s och inte t var endast för att visa att även om de två funktionerna x och y definieras med hjälp av en variabel t så kan man sedan använda vilket variabelnamn som helst. Mycket praktiskt!

Vill vi rita en kurva i rummen krävs tre koordinater. Nedanstående exempel ger en spiral på en cylinder med radie 1.

```
>> x = @(t) cos(t);  
>> y = @(t) sin(t);  
>> z = @(t) t/6;  
>> s = linspace(0,12*pi,300)  
>> plot3(x(s),y(s),z(s))
```

(a) Lös uppgift 11.3.9, rita kurvan.

(b) Lös uppgift 11.3.11, rita kurvan.

2. Skall man rita graf till funktion av två variabler används kommandot *mesh*. Vi kan fortfarande använda oss av anonym funktion som i nedanstående exempel.

```
h=@(x,y) 4*x.^2 - 3*y.^2;  
>> x = linspace(-2,2,40); y = linspace(-2,2,40);  
>> [X,Y] = meshgrid(x,y);  
mesh(X,Y,h(X,Y))
```

Några kommentarer:

- När man definierar funktionen är det viktigt att tänka på att Matlab arbetar med matriser och matris operationer. Vill man ha elementvisa kalkyler som i funktionen h där variabelvärdet x skall kvadreras måste man ha den punkterade operationen.

- I andra raden definieras två radmatriser x och y med 40 element, $x(i)$ och $y(j)$ nedan. Dessa används i tredje raden för att generera 40×40 -matriser X och Y . Matrisen X innehåller x -koordinaterna för de 1600 punkterna i rektangeln $-2 \leq x \leq 2$, $-2 \leq y \leq 2$ i xy -planet som är noder i rutnätet som bildas av linjerna $x = x(i)$ parallella med y -axeln och linjerna $y = y(j)$, parallella med x -axeln. Matrisen $h(X, Y)$ är av samma storlek och har funktionsvärdena som element.

- (a) Funktionen $f(x, y) = \sin(4x^2 + y^2)^{1/3} - \arctan(x - y)/4$ skall undersökas med hjälp av funktionsytor, nivåkurvor och lite analys. Börja med att skapa en anonym funktion och rita sedan någon del av funktionsytan $z = f(x, y)$.

Experimentera genom att studera funktionsytan på lite olika områden.

Hur ser den ut nära origo?

Klicka på rotationssymbolen i figurfönstret, sedan kan du dra runt grafen med hjälp av musen, Rita också några nivåkurvor, $f(x, y) = c$, i samma graf med hjälp av Matlabfunktionen **meshc**.

- (b) Undersök grafen för $f(x, y)$ då x och y är "lagom" små så att funktionens beteende (utseende) vid origo framgår tydligt.

Är f differentierbar i origo? Hur kan du i figuren se att den förmodligen inte är det?

Taylorutveckla $\sin(t)$ till och med ordning ett, resttermen kan du bortse från, och ersätt sedan t med $\sqrt[3]{4x^2 + y^2}$. Gör motsvarande för $\arctan(x - y)$. Använd denna approximation för att beskriva $f(x, y)$ för små x och y . Kan du nu säga varför grafen för f är spetsig i origo? (Tag till exempel $x = 0$ och y liten: $f(0, y) \approx \dots$, eller undersök f längs med linjer genom origo: $f(t, kt) \approx \dots$)

3. I filen ytor.m finns parametriseringar av de kurvor och ytor jag visat på föreläsning. Hämta programmet och kör det en gång.

4. Följande är en parametrisering av en vacker yta (tycker jag):

$$\begin{cases} x = (a + b \cos(t)) \cos(s) \\ y = (a + b \cos(t)) \sin(s) \\ z = b \sin(t) \\ 0 \leq t \leq 2\pi \quad 0 \leq s \leq 2\pi \end{cases}$$

Ytan kallas för *torus*. Välj varierande värden på a och b . Gör andra justeringar av parametriseringen tills du funnit den yta du tycker är vackrast.