# TMA043/MVE085 Flervariabelanalys E2/V2 08/09, Sammanställning av lärmål

## Godkäntnivå

| Adams | Mål |
|---|---|
| 11 | förklara vad som menas med omgivning till en punkt i $\mathbb{R}^n$ |
| | förklara vad som menas med inre punkt, yttre punkt och randpunkt till en mängd i $\mathbb{R}^n$ |
| | förklara vad som menas med öppen, sluten, det inre och yttre av en mängd i $\mathbb{R}^n$ |
| | rita graf till reellvärd funktion av två variabler, för hand och med Matlab. |
| | skissa de olika andragradsytorna och ange deras ekvationer |
| | derivera vektorvärda funktioner av en variabel genom tillämpning av deriveringsreglerna |
| | bestämma parametrisering av vissa kurvor |
| | beräkna längden av kurvor |
| 12 | förklara vad som menas med att en funktion är kontinuerlig |
| | beräkna partiella derivator genom att tillämpa deriveringsregler och andra satser. |
| | bestämma tangentplan och normal till funktionsyta. |
| | beräkna differential och utnyttja denna till approximativ beräkning av funktionsvärden. |
| | beräkna Jacobimatrisen och utnyttja denna till approximativ beräkning av funktionsvärden. |
| | beräkna gradient och riktningsderivata till en funktion av två eller tre variabler och utnyttja deras egenskaper (sats 12.7.6 och s 683, 686, 687) vid problemlösning |
| | beräkna taylorpolynom till funktioner av två variabler, både genom att utgå från Taylors formel och genom att utnyttja kända Taylorpolynom i en variabel. |
| 13 | förklara vad som menas med lokalt maximum (min) sadelpunkt, globalt maximum (min), kritisk och singulär punkt med matematisk text, egna ord eller exempel. |
| | bestämma kritiska/stationära punkter för $f(x, y)$ där ekvationssystemet $\nabla f(x, y) = \mathbf{0}$ är relativt enkelt och klassificera de kritiska punkterna med hjälp av sats 13.1.3 (rem. s 712). |
| | utnyttja sats 13.1.1 för att bestämma största och minsta värde på kompakt mängd för $f(x, y)$ då det är rel. enkelt att bestämma kritiska punkter samt största/minsta värde på randen. |
| | bestämma extremvärden för $f(x, y)$, eller $f(x, y, z)$ under bivillkor $g(x, y) = 0$, eller $g(x, y, z) = 0$, med Lagranges multiplikator-metod då den leder till relativt enkelt ekvationssystem. |
| | lösa ickelinjära ekvationssystem med bl.a. Newtons metod och optimera funktioner med bl.a. gradientmetoden (Matlab) |

| Adams | Mål |
|---|---|
| 14 | känna till och utnyttja dubbelintegralens egenskaper (sid 758) vid problemlösning |
| | beräkna dubbelintegral genom upprepad enkelintegration |
| | avgöra huruvida en integral är generaliserad och i så fall förklara vad som gör den generaliserad |
| | beräkna generaliserad dubbelintegral för $f(x, y) \geq 0$ och därigenom avgöra konv./div. |
| | veta vad som menas med medelvärdet av en funktion av två eller tre variabler på ett område |
| | beräkna dubbelintegraler med hjälp av föreslagen variabelsubstitution |
| | beräkna trippelintegraler genom upprepad enkelintegration |
| | beräkna trippelintegraler med hjälp av föreslagen variabelsubstitution |
| | |
| 15 | skissa ett vektorfält i planet och beräkna fältlinjer till det. |
| | definiera begreppet *konservativt vektorfält* och beräkna *potential* till ett konservativt fält. |
| | känna till nödvändiga villkor för att ett vektorfält skall vara konservativt (sid 813) och med hjälp av dessa kunna visa att ett givet vektorfält inte är konservativt. |
| | förklara sambandet mellan nivåkurvor till potential och fältlinjerna till ett konserv. vektorfält. |
| | definiera begreppen *kurvintegral av en funktion* och *kurvintegral av ett vektorfält* och kunna beräkna sådana integraler genom parametrisering av kurvan. |
| | tillämpa satsen om kurvintegralers oberoende av integrationsvägen. |
| | definiera begreppen *ytintegral av en funktion över en yta* och *flöde av ett vektorfält genom en orienterad yta* och kunna beräkna sådana integraler och flöden genom parametrisering av ytan. |
| | tillämpa kurv- och ytintegral för att bestämma t.ex. längd, area, massa, laddning och tyngdpunkt (se t.ex. övn 15.3.9, 15.5.17 & 15.5.23). |
| 16 | beräkna *divergens*, $\operatorname{div} \mathbf{F}$, och *rotation*, $\operatorname{curl} \mathbf{F}$ för ett vektorfält $\mathbf{F}$. |
| | definiera begreppen källfritt (solenoidal) och virvelfritt (irrotational) vektorfält. |
| | tillämpa sats 16.2.4 |
| | tillämpa Greens formel (16.3.6) i relativt okomplicerade situationer. |
| | tillämpa divergenssatsen i relativt okomplicerade situationer. |
| | beräkna area av område i planet med hjälp av Greens formel |
| | beräkna volym av område i rummet med hjälp av divergenssatsen |
| | tillämpa Stokes sats (16.5.10) i relativt okomplicerade situationer. |

## Överbetygsnivå

| Adams | Mål |
|---|---|
| 12 | definiera begreppet gränsvärde och motivera definitionen |
| | avgöra om en reellvärd funktion av två variabler har gränsvärde och beräkna det. |
| | ge exempel på funktion av två variabler, som saknar gränsvärde då $(x, y) \to (0, 0)$ men där alla gränsvärden $f(x, kx)$, då $x \to 0$, samt $f(0, y)$, då $y \to 0$, existerar och är lika. |
| | avgöra om en funktion är kontinuerlig. |
| | definiera begreppet differentierbar funktion |
| | redogöra för relationerna mellan egenskaperna för en funktion: kontinuerlig, kontinuerliga partiella derivator samt differentierbar |
| | formulera och bevisa kedjeregeln för $f \circ g$ då $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ och $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ |
| | definiera begreppen gradient och riktningsderivata, redogöra för och bevisa deras egenskaper |
| | bestämma strömlinjer/ortogonalkurvor till nivåkurvor till funktion av två variabler, ö12.7.21e |
| | avgöra om en ekvation eller ett system av ekvationer definierar en funktion implicit och, i så fall, beräkna funktionens partiella derivator. |
| | bestämma taylorpolynom till implicit definierad funktion |
| 13 | definiera begreppen lokalt maximum (minimum), sadelpunkt, globalt maximum (minimum) och kritisk/stationär punkt (critical point) |
| | lösa problem enligt godkäntmålen där ekvationssystemen inte är enkla, eller dimensionen $> 2$, eller flera bivillkor. |
| 14 | förklara vad det innebär att $f$ är integrerbar över ett område i planet (s755 och s756-7 och utnyttja Riemannsummor för att approximera värdet på en integral, ex.1 s756-7 |
| | redogöra för dubbelintegralens egenskaper (sid 758) |
| | formulera och bevisa medelvärdessatsen för dubbelintegraler. |
| | känna till vad som menas med att en transformation $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ är ett-ett och hur man kan använda Implicita funktionssatsen för att avgöra om en transformation är ett-ett (sid 777). |
| | känna till sambandet mellan Jacobianen till en transformation och Jacobianen till inversen |
| | formulera satsen om variabelsubstitution i dubbelintegraler (sid 778). |
| | välja lämplig variabelsubstitution för beräkning av dubbel- eller trippelintegral |
| | beräkna itererad enkelintegral, två/tre variabler, genom att kasta om integrationsordningen. |
| 15 | definiera begreppen *område, sammanhängande område* och *enkelt samanhängande område.* |
| | formulera och bevisa satsen om kurvintegralers oberoende av integrationsvägen. |
| | motivera definitionerna av begreppen kurvintegral, ytintegral av en funktion över en yta och flöde av ett vektorfält genom en orienterad yta, genom att ge exempel på tillämpning och förklaring av varför respektive integraltyp kan utnyttjas i exemplet. |
| 16 | formulera satsen om divergensen som flödestäthet |
| | formulera satsen om rotationen som virveltäthet |
| | formulera och bevisa sats 16.2.3 g) och h) |
| | formulera och bevisa Greens formel (sats 16.3.6) |
| | formulera och bevisa divergenssatsen i tre dimensioner (sats 16.4.8) |
| | beräkna kurv-, yt- och flödesintegral i komplicerade situationer |
| | tillämpa Greens formel (16.3.6) i komplicerade situationer. |
| | tillämpa divergenssatsen i komplicerade situationer. |
| | tillämpa Stokes sats (16.5.10) i komplicerade situationer. |