M1
Tentamensskrivning i
TMV015 Linjär algebra och matematisk analys i flera variabler: Inledande kurs
Datum: 2005–01–13
Hjälpmedel: Innan svarslappen med svaren på teorifrågorna har lämnats in tillåts **inga hjälpmedel**.
Därefter tillåts valfri miniräknare, kursböckerna[1] samt formelsamlingen Beta.
Telefonvakt:

Att läsa innan du börjar arbeta med uppgifterna

Denna tentamen består av två delar. Första delen, dvs uppgift 1, avser att testa din kunskap om de grundbegrepp vi arbetat med i kursen. Du skall **endast** ange **svar**, dvs sant eller falskt (eller inget svar), på denna uppgift på den bifogade svarblanketten. Andra delen, dvs uppgifterna 2, 3, 4, 5 och 6, avser att testa din förmåga att lösa problem med hjälp av den teori vi gått igenom i kursen. Här skall **fullständiga lösningar** redovisas. Observera att före inlämnandet av den bifogade svarslappen är inga hjälpmedel tillåtna. Lycka till!!

Sant/falskt–delen

Uppgift 1: (varje rätt svar ger +1p, varje felaktigt svar ger -1p, inget svar ger 0p, totalpoängen på uppgiften ges av max (0, antalet rätta svar - antalet felaktiga svar))

1. $f(x,y) = (x^2 - y)(2x^2 - y)$ har ett lokalt minimum i $(0,0)$.
2. För varje matris A måste rangen för A vara större än eller lika med nolldimensionen för A.
3. Om A är en kvadratisk inverterbar $n \times n$-matris är rangen för A lika med n.
4. Det finns partiellt deriverbara funktioner $f(x,y)$ som inte är kontinuerliga funktioner.
5. Om $\frac{\partial f}{\partial x} = 0$ för alla (x,y) i en axelparallell rektangel måste f vara oberoende av x.
6. Om $f(0,0) = 0$ och om $\frac{\partial f}{\partial x} \geq 0$ och $\frac{\partial f}{\partial y} \geq 0$ för alla $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ så måste $f(2,3) \geq 0$.
7. Om $|\int_\gamma \mathbb{F} \cdot d\mathbb{r}| = 0$ så måste $\int_\gamma \mathbb{F} \cdot d\mathbb{r}$ vara oberoende av genomloppsriktningen på γ.

(7 p)

[1] Med kursböckerna avses Sparr: Linjär algebra, Persson/Böiers: Analys i en variabel och Analys i flera variabler, dock **ej** övningshäftena

Uppgift 2: Bestäm de reella tal α för vilka rangen för $A(\alpha)$ är större än dimensionen för nollrummet för $A(\alpha)$, där

$$A(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 5 \\ -2 & 3 & 1 & \alpha \end{bmatrix}.$$

(6 p)

Uppgift 3:

1. Beräkna tangentplanet till nivåytan

$$(x^2 + z^2)\ln(y^2 + z^2 + 1) = \ln 2$$

i punkten $(0, 0, 1)$.

2. Beräkna $z''_{xx}(0, 0)$ till funktionen $z(x, y)$ som uppfyller

$$(x^2 + z^2)\ln(y^2 + z^2 + 1) = \ln 2$$

med $z(0, 0) = 1$.

(3+3 p)

Uppgift 4: Låt $f = f(u, v)$ vara en reellvärd differentierbar funktion som uppfyller villkoren

$$f(k, l) = k + l + 1, \; f'_u(k, l) = f'_v(k, l) = k + l + 2$$

för alla heltal k och l. Beräkna

$$\frac{d}{dx}\, f(f(x, x^2), f(x^2, x))$$

för $x = 1$.

(6 p)

Uppgift 5: Bestäm största och minsta värdet av

$$xy + yz + xz$$

för alla reella tal x, y och z med summan 3 och produkten 1.

(5 p)

Uppgift 6: Beräkna längden av kurvan $r = \theta^2$, där $0 \leq \theta \leq \pi$.

(5 p)

Jag heter

....

Påstående nummer	sant	falskt	inget svar ges
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

Glöm ej att skriva ditt namn!
Glöm ej att lämna in denna svarslapp!!