MATEMATIK
Chalmers tekniska högskola

Hjälpmedel: Inga, inte ens miniräknare
Telefon: Johan J/Peter L, 0762-721860
2006–01–10 kl. 08.30–12.30

Tentamen i **TMV160 Matematisk analys i flera variabler M 5p, 2004/2005**
Betygsgränser: 3=20p, 4=30p, 5=40p. Lärares närvaro i tentamenssalen: ca 9.30 och 11.30.
OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

---

1. Avgör om
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} (1-\ln(1-x^2-y^2))^{\frac{2}{x^2+y^2}}$$
existerar samt i så fall beräkna gränsvärdet. (6p)

2. Beräkna $\nabla f(1,1)$ för $f(x,y)=\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$ samt dessutom minimum för $f'_{\mathbb{v}}(1,1)$ då $\mathbb{v}\cdot(1,0)\geq 0$. (5p)

3. Låt f vara en deriverbar funktion. Beräkna för $u(x,y)=xyf(xy)$ differential-uttrycket
$$xu'_x+yu'_y$$
i punkten $(1,2)$ då $f(2)=3$ och $f'(2)=4$. (7p)

4. Beräkna dubbelintegralen
$$\int\int_D \frac{1}{1+(x+y)^2}\,dxdy,$$
där $D=\{(x,y): |x-y|\leq 1\}$. (6p)

5. Bestäm största och minsta värdet av $f(x,y)=6+2x-x^2-4y^2$ på kurvan $x^2+y^2=4$. (6p)

6. Beräkna $\int_\gamma \mathbb{F}\cdot d\mathbb{r}$, där $\mathbb{F}(x,y)=(\frac{y}{x^2+y^2},\frac{x}{x^2+y^2})$ och γ ges av $2x^2+y^2=1$ genomlöpt i positiv riktning från $(\frac{1}{\sqrt{2}},0)$ till $(-\frac{1}{\sqrt{2}},0)$. (7p)

7. Formulera Greens formel (givetvis inklusive förutsättningarna) samt bevisa denna i fallet $\mathbb{F}(x,y)=(P(x,y),0)$. (7p)

8. Härled formeln för derivatan av $F(s)=\int_a^{b(s)} f(s,x)\,dx$ (6p)

PK