TMA043 Flervariabelanalys E2, ht 09
Vecko–PM läsvecka 6

Adams: 16.1 - 16.5

Innehåll:

Gradient, divergens, rotation, Greens sats/formel, divergenssatsen i två och tre dimensioner, Stokes sats

Lärmål:

För att bli godkänd på kursen skall du kunna:

Adams	Mål
16.1	beräkna *divergens*, div **F**, och *rotation*, curl **F** för ett vektorfält **F**.
16.2	definiera begreppen källfritt (solenoidal) och virvelfritt (irrotational) vektorfält.
16.2	tillämpa sats 16.2.4.
16.3	tillämpa Greens formel (16.3.6) i relativt okomplicerade situationer.
16.3	beräkna area av område i planet med hjälp av Greens formel
16.4	tillämpa divergenssatsen i relativt okomplicerade situationer.

För överbetyg skall du också kunna:

Adams	Mål
16.1	formulera sats 16.1.1 om divergensen som flödestäthet.
16.1	formulera sats 16.1.2 om rotationen som virveltäthet.
16.2	formulera och bevisa sats 16.2.3 g) och h)
16.3	formulera Greens formel (sats 16.3.6)och bevisa den för x- och y-enkla områden.
16.3	tillämpa Greens formel i mer komplicerade situationer.
16.4	formulera och bevisa divergenssatsen (sats 16.4.8) i tre dimensioner för z-enkla områden.
16.4	tillämpa divergenssatsen i mer komplicerade situationer.
16.5	tillämpa Stokes sats (16.5.10) i relativt okomplicerade situationer.

Rekommenderade uppgifter

Med RE16 nedan avses Review Exercises i slutet av kapitel 16.

Avsnitt	Godkäntnivå		Överbetygsnivå
	Instuderingsuppgifter	Träningsuppgifter	
16.1	3, 7		
16.2			5, 7, CR16.7
16.3	1, 3, 5		7, CR16.3
16.4	1, 3	5, 7	9, 11, 15, 17
16.5			1, 3
M4	4.1.1, 4.2.1	4.1.2, 4.2.2	4.2.3

(Sant-falskt på nästa sida)

Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Nyttig träning för alla, problemtypen ges endast på tentans överbetygsdel.

SF 1 Om $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ och $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ har kontinuerliga partiella derivator så gäller: $f(x,y,z)\,(\nabla\bullet\mathbf{F}(x,y,z)) = \mathbf{F}(x,y,z)\bullet(\nabla f(x,y,z))$.

SF 2 Om $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ och $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ har kontinuerliga partiella derivator så gäller: $\nabla\bullet(f(x,y,z)\mathbf{F}(x,y,z)) = f(x,y,z)\,(\nabla\bullet\mathbf{F}(x,y,z)) \Leftrightarrow f(x,y,z)$ är konstant

SF 3 Om $\mathcal{C}$ är cirkelbågen $x^2+y^2=1,\ y \geq 0$ från $(1,0)$ till $(-1,0)$ och $\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} = 2$ så är $\int_{\mathcal{C}} P(x,y)dx + Q(x,y)dy = \pi$.

SF 4 Om $\mathcal{C}$ är randen till D moturs så är $\frac{1}{2}\int_{\mathcal{C}} xdy - ydx = D$:s area.

SF 5 Om $\nabla\bullet\mathbf{F} = 0$ och $\nabla\times\mathbf{F} = \mathbf{0}$ så $\mathbf{F} = \mathbf{0}$.

SF 6 Om ytan $\mathcal{S}$ är randen till området D i rummet och $\mathbf{F}(x,y,z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ så är $\frac{1}{3}\iint_{\mathcal{S}} \mathbf{F}\bullet d\mathbf{S} = V$ där V är D:s volym.

SF 7 Om $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ och $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ har kontinuerliga partiella derivator och ytan $\mathcal{S}$ med enhetsnormal $\mathbf{n}$ har randen $\mathcal{C}$ så gäller: $\iint_{\mathcal{S}}(\nabla f \times \nabla g)\bullet\mathbf{n}dS = \oint_{\mathcal{C}} f\nabla g\bullet d\mathbf{r}$