TMA043/MVE085 Flervariabelanalys E2/V2, läsåret 2010/11

Lärmål, del 1

Adams	**För att bli godkänd på kursen skall du kunna:**
10.1	förklara vad som menas med *omgivning* till en punkt i $\mathbb{R}^n$
10.1	förklara vad som menas med inre punkt, yttre punkt och randpunkt till en mängd i $\mathbb{R}^n$
10.1	förklara vad som menas med öppen, sluten, det inre, det yttre och komplementet av en mängd i $\mathbb{R}^n$
10.1, 10.5	skissa plan, cylindriska ytor och andragradsytor, utgående från ytans ekvation samt ange vilken typ av yta ekvationen representerar (se även 8.1).
10.1, 10.5	skissa kurvor, ytor och områden i rummet som beskrivs av system med ekvationer och/eller olikheter, där uttrycken är av typ som ingår i föregående lärmål.
11.1	derivera vektorvärda funktioner av en variabel genom tillämpning av deriveringsreglerna (sats 11.1.1, se t.ex. exempel 1), och därmed kunna bestämma kurvtangent, hastighet- och accelerationsvektor, samt fart till en partikel med given positionsvektor.
11.1	skissa plana kurvor utgående från given parametrisering (se även 8.2).
11.1, 11.3	bestämma parametrisering av sträckor i planet och rummet samt cirkelbågar, ellipser och funktionskurvor i planet (se även 8.2). Du skall även i enklare fall kunna parametrisera skärningskurvor mellan ytor.
11.3	förklara vad som menas med båglängdselement och beräkna längden av kurvor (se även 8.3-8.4).
11.3	förklara vad som menas med enkel sluten kurva, samt vad som menas med orientering av en kurva
12.1	redogöra för funktionsbegreppen (def. 12.1), begreppen nivåkurva och nivåyta samt skissa enkla nivåkurvor/nivåytor.
12.1	bestämma (den maximala) definitionsmängden för ett funktionsuttryck, samt skissa enkla funktionsytor.
12.2	ge en intuitiv beskrivning av begreppet gränsvärde (som i inledning till 12.2).
12.2	använda räknereglerna (före ex.1) för gränsvärden för funktioner av två variabler.
12.2	förklara vad som menas med att en funktion är kontinuerlig
12.3 12.5	de olika beteckningarna för partiell derivata och beräkna partiella derivator genom att tillämpa deriveringsregler för funktioner av en variabel samt kedjeregeln.
12.3	bestämma tangentplan och normallinje till funktionsyta.
12.4 12.5	beräkna partiella derivator av högre ordning genom att tillämpa deriveringsregler för funktioner av en variabel samt kedjeregeln.
12.6	beräkna linjäriseringen och differentialen för en reellvärd funktion och utnyttja dessa till approximativ beräkning av funktionsvärden.
12.6	beräkna Jacobimatrisen och differentialen för en vektorvärd funktion och utnyttja denna till approximativ beräkning av funktionsvärden.
12.7	beräkna gradient och riktningsderivata $D_{\mathbf{u}}f(\mathbf{a})$ då $\|\mathbf{u}\| = 1$ (med sats 12.7.7) till en funktion av två eller tre variabler samt utnyttja deras egenskaper (se definition 12.7.7, markerad ruta s 718) vid problemlösning (se t.ex. exempel 3 och 4).
12.7	bestämma ekvationer för tangentlinje och normallinje till nivåkurva samt tangentplan och normallinje till nivåyta (se sats 12.7.6 och t.ex. exempel 6).
12.9	beräkna taylorpolynom av ordning två, till funktioner av två variabler, både genom att utgå från Taylors formel och genom att utnyttja kända Taylorpolynom i en variabel (jmf. exempel 1 och 2).

Adams	**För att bli godkänd på kursen skall du kunna:**
13.1	definiera begreppen lokalt maximum/minimum, sadelpunkt, globalt maximum/minimum, kritisk punkt och singulär punkt.
13.1	bestämma kritiska/stationära punkter för $f(x, y)$, där ekvationssystemet $\nabla f(x, y) = \mathbf{0}$ är relativt enkelt samt klassificera de kritiska punkterna med hjälp av sats 13.1.3 eller remark s 748.
13.2 13.3	tillämpa sats 13.1.1 och sats 13.1.2 för att bestämma största och minsta värde på kompakt mängd för $f(x, y)$, då det är relativt enkelt att bestämma kritiska punkter samt största/minsta värde på randen.
13.3	bestämma extremvärden för $f(x, y)$, eller $f(x, y, z)$ under bivillkor $g(x, y) = 0$, eller $g(x, y, z) = 0$, med Lagranges multiplikatormetod då den leder till relativt enkelt ekvationssystem.

Adams	**För överbetyg skall du också kunna:**
11.3	bestämma parametrisering av snitt av ytor
11.3	motivera formeln för beräkning av kurvlängd.
12.2	definiera begreppet gränsvärde och motivera definitionen
12.2	avgöra om en reellvärd funktion av två variabler har gränsvärde och beräkna det.
12.2	ge exempel på funktion av två variabler, som saknar gränsvärde då $(x, y) \to (0, 0)$ men där alla gränsvärden $f(x, kx)$, då $x \to 0$, samt $f(0, y)$, då $y \to 0$, existerar och är lika.
12.2	avgöra om en funktion är kontinuerlig.
12.3	definiera begreppet partiell derivata och härleda tangentplanets ekvation.
12.6	definiera begreppet differentierbar funktion.
12.6	redogöra för relationerna mellan egenskaperna för en funktion: kontinuerlig, kontinuerliga partiella derivator samt differentierbar
12.6	formulera och bevisa kedjeregeln för $g \circ f$ då $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ och $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ samt formulera kedjeregeln på matrisform för $\mathbf{g} \circ \mathbf{f}$ då $\mathbf{f} : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ och $\mathbf{g} : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^k$ (se sid. 709).
12.7	definiera begreppen gradient och riktningsderivata, redogöra för och bevisa deras egenskaper (sats 12.7.6, sats 12.7.7 samt markerad ruta s 718).
12.8	visa att en ekvation eller ett system av ekvationer lokalt definierar en funktion implicit samt beräkna funktionens partiella derivator.
12.8	känna till sambandet mellan Jacobideterminanten till en transformation och Jacobideterminanten till inversen (sid. 733).
12.9	bestämma taylorpolynom till implicit definierad funktion.
13.1	bestämma kritiska/stationära punkter för $f(x, y)$, där ekvationssystemet $\nabla f(x, y) = \mathbf{0}$ är mer komplicerade, samt klassificera de kritiska punkterna med hjälp av taylorutveckling av andra ordningen (se t.ex exempel 13.1.5).
13.2 13.3	lösa problem enligt godkäntmålen där ekvationssystemen inte är enkla, eller dimensionen > 2, eller flera bivillkor.
13.3	motivera Lagranges multiplikatormetod