TMA043/MVE085 Flervariabelanalys E2/V2, läsåret 2011/12

Lärmål, hela kursen

Adams	**För att bli godkänd på kursen skall du kunna:**
10.1	förklara vad som menas med *omgivning* till en punkt i $\mathbb{R}^n$
10.1	förklara vad som menas med inre punkt, yttre punkt och randpunkt till en mängd i $\mathbb{R}^n$
10.1	förklara vad som menas med öppen, sluten, det inre, det yttre och komplementet av en mängd i $\mathbb{R}^n$
10.1, 10.5	skissa plan, cylindriska ytor och andragradsytor, utgående från ytans ekvation samt ange vilken typ av yta ekvationen representerar (se även 8.1).
10.1, 10.5	skissa kurvor, ytor och områden i rummet som beskrivs av system med ekvationer och/eller olikheter, där uttrycken är av typ som ingår i föregående lärmål.
11.1	derivera vektorvärda funktioner av en variabel genom tillämpning av deriveringsreglerna (sats 11.1.1, se t.ex. exempel 1), och därmed kunna bestämma kurvtangent, hastighet- och accelerationsvektor, samt fart till en partikel med given positionsvektor.
11.1	skissa plana kurvor utgående från given parametrisering (se även 8.2).
11.1, 11.3	bestämma parametrisering av sträckor i planet och rummet samt cirkelbågar, ellipser och funktionskurvor i planet (se även 8.2). Du skall även i enklare fall kunna parametrisera skärningskurvor mellan ytor.
11.3	förklara vad som menas med båglängdselement och beräkna längden av kurvor (se även 8.3-8.4).
11.3	förklara vad som menas med enkel sluten kurva, samt vad som menas med orientering av en kurva
12.1	redogöra för funktionsbegreppen (def. 12.1), begreppen nivåkurva och nivåyta samt skissa enkla nivåkurvor/nivåytor.
12.1	bestämma (den maximala) definitionsmängden för ett funktionsuttryck, samt skissa enkla funktionsytor.
12.2	ge en intuitiv beskrivning av begreppet gränsvärde (som i inledning till 12.2).
12.2	använda räknereglerna (före ex.1) för gränsvärden för funktioner av två variabler.
12.2	förklara vad som menas med att en funktion är kontinuerlig
12.3 12.5	de olika beteckningarna för partiell derivata och beräkna partiella derivator genom att tillämpa deriveringsregler för funktioner av en variabel samt kedjeregeln.
12.3	bestämma tangentplan och normallinje till funktionsyta.
12.4 12.5	beräkna partiella derivator av högre ordning genom att tillämpa deriveringsregler för funktioner av en variabel samt kedjeregeln.
12.6	beräkna linjäriseringen och differentialen för en reellvärd funktion och utnyttja dessa till approximativ beräkning av funktionsvärden.
12.6	beräkna Jacobimatrisen och differentialen för en vektorvärd funktion och utnyttja denna till approximativ beräkning av funktionsvärden.
12.7	beräkna gradient och riktningsderivata $D_{\mathbf{u}}f(\mathbf{a})$ då $\|\mathbf{u}\| = 1$ (med sats 12.7.7) till en funktion av två eller tre variabler samt utnyttja deras egenskaper (se definition 12.7.7, markerad ruta s 718) vid problemlösning (se t.ex. exempel 3 och 4).
12.7	bestämma ekvationer för tangentlinje och normallinje till nivåkurva samt tangentplan och normallinje till nivåyta (se sats 12.7.6 och t.ex. exempel 6).
12.9	beräkna taylorpolynom av ordning två, till funktioner av två variabler, både genom att utgå från Taylors formel och genom att utnyttja kända Taylorpolynom i en variabel (jmf. exempel 1 och 2).

Adams	**För att bli godkänd på kursen skall du kunna:**
13.1	definiera begreppen lokalt maximum/minimum, sadelpunkt, globalt maximum/minimum, kritisk punkt och singulär punkt.
13.1	bestämma kritiska/stationära punkter för $f(x, y)$, där ekvationssystemet $\nabla f(x, y) = \mathbf{0}$ är relativt enkelt samt klassificera de kritiska punkterna med hjälp av sats 13.1.3 eller remark s 748.
13.2 13.3	tillämpa sats 13.1.1 och sats 13.1.2 för att bestämma största och minsta värde på kompakt mängd för $f(x, y)$, då det är relativt enkelt att bestämma kritiska punkter samt största/minsta värde på randen.
13.3	bestämma extremvärden för $f(x, y)$, eller $f(x, y, z)$ under bivillkor $g(x, y) = 0$, eller $g(x, y, z) = 0$, med Lagranges multiplikatormetod då den leder till relativt enkelt ekvationssystem.
14.1	känna till och utnyttja dubbelintegralens egenskaper (sid 794) vid problemlösning
14.2	beräkna dubbelintegral genom upprepad enkelintegration (sats 14.2.2).
14.3	avgöra huruvida en integral är generaliserad och i så fall förklara vad som gör den generaliserad.
14.3	beräkna generaliserad dubbelintegral för $f(x, y) \geq 0$ och därigenom avgöra konvergens/divergens.
14.3	veta vad som menas med medelvärdet av en funktion av två eller tre variabler på ett område.
14.4	ange sambandet mellan cartesiska och polära koordinater samt sambandet mellan areaelementen.
14.4	ange hur ett område givet i cartesiska koordinater transformeras vid övergång till andra koordinater och omvänt.
14.4	känna till vad som menas med att en transformation $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ är ett-ett (sid 813).
14.4	beräkna dubbelintegraler med hjälp av variabelsubstitution.
14.5	beräkna trippelintegraler genom upprepad enkelintegration.
14.6	ange sambanden mellan cartesiska och sfäriska/cylindriska koordinater samt sambandet mellan volymelementen.
14.6	beräkna trippelintegraler med hjälp av variabelsubstitution.
14	tillämpa dubbel- och trippelintegral för att bestämma t.ex. area, volym, massa, laddning och tyngdpunkt (ej tröghetsmoment).
15.1	skissa ett vektorfält i planet, skissa fältlinjer till det och redogöra för sambandet mellan vektorfält och fältlinjer.
15.2	definiera begreppet *konservativt vektorfält i ett område* och beräkna *potential* till ett konservativt fält.
15.2	känna till nödvändiga villkor för att ett vektorfält skall vara konservativt (sid 851) och med hjälp av dessa kunna visa att ett givet vektorfält inte är konservativt.
15.2	förklara sambandet mellan nivåkurvor till potential och fältlinjerna till ett konservativt vektorfält.
15.3	definiera begreppet *kurvintegral av en funktion* och beräkna sådana integraler genom parametrisering av kurvan.
15.4	definiera begreppet *kurvintegral av ett vektorfält* och beräkna sådana integraler genom parametrisering av kurvan.
15.4	tillämpa satsen om kurvintegralers oberoende av integrationsvägen.

Adams	**För att bli godkänd på kursen skall du kunna:**
15.5	parametrisera sfärer, cylindrar, koner, plan och funktionsytor.
15.5	definiera begreppet *ytintegral av en funktion över en yta* och beräkna sådana integraler då ytan är parametriserad eller av vanligare typ som du själv bör kunna parametrisera.
15.6	definiera begreppet *flödesintegral (flöde av ett vektorfält genom en orienterad yta)* och beräkna sådana integraler då ytan är parametriserad eller av vanligare typ som du själv bör kunna parametrisera.
15.3-6	tillämpa kurv- och ytintegral för att bestämma t.ex. längd, arbete, area, massa, masscentrum laddning och flöde (se t.ex. övn 15.3.9, 15.4.12, 15.5.17, 15.5.20, 15.5.23, 15.6.9, 15.6.11, 15.CR.7).
16.1	beräkna *divergens*, $\operatorname{div}\mathbf{F}$, och *rotation*, $\operatorname{curl}\mathbf{F}$ för ett vektorfält $\mathbf{F}$.
16.2	definiera begreppen källfritt (solenoidal) och virvelfritt (irrotational) vektorfält.
16.2	tillämpa sats 16.2.4.
16.3	tillämpa Greens formel (16.3.6) i relativt okomplicerade situationer.
16.3	beräkna area av område i planet med hjälp av Greens formel
16.4	tillämpa divergenssatsen i relativt okomplicerade situationer.

Adams	**För överbetyg skall du också kunna:**
11.3	bestämma parametrisering av snitt av ytor
11.3	motivera formeln för beräkning av kurvlängd.
12.2	definiera begreppet gränsvärde och motivera definitionen
12.2	avgöra om en reellvärd funktion av två variabler har gränsvärde och beräkna det.
12.2	ge exempel på funktion av två variabler, som saknar gränsvärde då $(x, y) \to (0, 0)$ men där alla gränsvärden $f(x, kx)$, då $x \to 0$, samt $f(0, y)$, då $y \to 0$, existerar och är lika.
12.2	avgöra om en funktion är kontinuerlig.
12.3	definiera begreppet partiell derivata och härleda tangentplanets ekvation.
12.6	definiera begreppet differentierbar funktion.
12.6	redogöra för relationerna mellan egenskaperna för en funktion: kontinuerlig, kontinuerliga partiella derivator samt differentierbar
12.6	formulera och bevisa kedjeregeln för $g \circ f$ då $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ och $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ samt formulera kedjeregeln på matrisform för $\mathbf{g} \circ \mathbf{f}$ då $\mathbf{f} : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ och $\mathbf{g} : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^k$ (se sid. 709).
12.7	definiera begreppen gradient och riktningsderivata, redogöra för och bevisa deras egenskaper (sats 12.7.6, sats 12.7.7 samt markerad ruta s 718).
12.8	visa att en ekvation eller ett system av ekvationer lokalt definierar en funktion implicit samt beräkna funktionens partiella derivator.
12.8	känna till sambandet mellan Jacobideterminanten till en transformation och Jacobideterminanten till inversen (sid. 733).
12.9	bestämma taylorpolynom till implicit definierad funktion.

Adams	**För överbetyg skall du också kunna:**
13.1	bestämma kritiska/stationära punkter för $f(x, y)$, där ekvationssystemet $\nabla f(x, y) = \mathbf{0}$ är mer komplicerade, samt klassificera de kritiska punkterna med hjälp av taylorutveckling av andra ordningen (se t.ex exempel 13.1.5).
13.2 13.3	lösa problem enligt godkäntmålen där ekvationssystemen inte är enkla, eller dimensionen > 2, eller flera bivillkor.
13.3	motivera Lagranges multiplikatormetod
14.1	förklara vad det innebär att f är integrerbar över ett rektangulärt område i planet (s 791 och 792) och utnyttja Riemannsummor för att approximera värdet på en integral (se t.ex ex.1 s 792-3).
14.1	utnyttja symmetrier vid beräkning av dubbelintegraler (se t.ex ex. 3 s 794-795).
14.3	formulera och bevisa medelvärdessatsen (sats 14.3.3) för dubbelintegraler.
14.4	formulera satsen om variabelsubstitution i dubbelintegraler (sid 814).
14.4	välja lämplig variabelsubstitution för beräkning av dubbelintegral
14.6	välja lämplig variabelsubstitution för beräkning av trippelintegral
14	beräkna itererad enkelintegral, två/tre variabler, genom att kasta om integrationsordningen (se t.ex. övn. 14.2.15).
15.1	bestämma fältlinjer till vektorfält i planet.
15.4	definiera begreppen *område, sammanhängande område* och *enkelt samanhängande område.*
15.4	formulera satsen om kurvintegralers oberoende av integrationsvägen och bevisa att om vektorfältet är konservativt så är kurvintegralen oberoende av integrationsvägen.
15.5	beräkna ytintegral av en funktion över en nivåyta (se t.ex. 15.5.4).
15.6	beräkna flödesintegral över en nivåyta (se t.ex. 15.6.2).
15.3-6	motivera definitionerna av begreppen kurvintegral av funktion/vektorfält, ytintegral av en funktion och flödesintegral (till exempel genom att ge exempel på tillämpning och förklaring av varför integraltypen kan utnyttjas i exemplet).
16.1	formulera sats 16.1.1 om divergensen som flödestäthet.
16.1	formulera sats 16.1.2 om rotationen som virveltäthet.
16.2	formulera och bevisa sats 16.2.3 g) och h)
16.3	formulera Greens formel (sats 16.3.6)och bevisa den för x- och y-enkla områden.
16.3	tillämpa Greens formel i mer komplicerade situationer.
16.4	formulera och bevisa divergenssatsen (sats 16.4.8) i tre dimensioner för z-enkla områden.
16.4	tillämpa divergenssatsen i mer komplicerade situationer.
16.5	tillämpa Stokes sats (16.5.10) i relativt okomplicerade situationer.