TMA043 Flervariabelanalys E2, ht 2011
Vecko–PM läsvecka 1

Calculus: 10.1, 10,5

Vi inleder kursen med kapitel 10 som handlar om punkter och vektorer i $\mathbb{R}^n$. Vissa begrepp är nya, de dyker upp i 10.1 och 10.5, medan mycket annat är behandlat i Inledande matematik och i Linjär algebra för E1. Det är väl använd tid att på egen hand gå genom kapitlet som repetition. Ställ gärna frågor till övningsledaren om något av det gamla är oklart. Begreppen i **10.1**, som hänger samman med mängder i $\mathbb{R}^n$ är viktiga då vi talar om gränsvärden, kontinuitet, differentierbarhet mm. Andragradsytorna som beskrivs i **10.5** är viktiga då vi studerar extremvärden. För att enkelt se vilken typ av andragradsyta en viss ekvation representerar behöver du ha andragradskurvorna i gott minne. Detta kan du repetera i kapitel 8.1.

Calculus: 11.1, 11.3

I **11.1** introduceras begreppet *vektorvärd funktion.* Här är det bättre att tänka på elementen i $\mathbb{R}^n$ som *punkter* istället för *vektorer.* Om f är en funktion från $\mathbb{R}$ till $\mathbb{R}^2$ så har vi för varje reellt tal t en punkt $\mathbf{f}(t) = (x(t), y(t))$ i planet. Då t genomlöper ett intervall på t-axeln så kommer punkterna $(x(t), y(t))$ att genomlöpa en kurva i planet. Derivering sker koordinatvis vilket leder till ett antal deriveringsregler, dels de du kan sedan inledande matematiken och dels en del nya. Derivatan har många viktiga tillämpningar, några intressanta fysikaliska finns i kapitel 11.2, som inte ingår i kursen. De vi tar upp här är hastighet och acceleration i 11.1 och kurvlängd i 11.3. En del av detta har du mött tidigare, presenterat på ett annat sätt, i kapitel 8.2 - 8.4, också detta bör du repetera om du inte har det tillräckligt aktuellt.

Calculus: 12.1-3

Funktionsbegreppet och de begrepp som hänger samman med detta är välkända från tidigare kurser. En reellvärd funktion av en variabel kan åskådliggöras grafiskt i ett plan. För funktioner från $\mathbb{R}^n$ till $\mathbb{R}^m$ kräver motsvarande grafiska bild i $n+m$ dimensioner, besvärligt om $n+m = 3$, omöjligt om $n+m > 3$. Den "vanliga" grafen ersätts eller kompletteras därför ofta med nivåkurvor eller nivåytor till funktionen. I avsnitt 12.2 och 12.3 tar vi upp andra välkända begreppen från analys i en variabel, som gränsvärde, kontinuitet och derivata, men nu för funktioner av flera variabler. Vi kommer känna igen definitionerna men kommer också upptäcka att situationen i flera variabler är lite mer komplex än vad man först kanske skulle kunna tro. Det finns bara två olika sätt att närma sig en punkt på x-axeln, nämligen från vänster eller från höger, men det finns oändligt många sätt att närma sig en punkt i xy-planet. Vi kommer titta på en del exempel som belyser problematiken.

Rekommenderade uppgifter

Uppgifter efter bokstaven K refererar till bladet med kompletterande övningsuppgifter.
Övriga nummer refererar till övningsuppgifter ur kursboken *Calculus, a complete course.*
Använd gärna Matlab för att visualisera kurvor och ytor i bokens övningsuppgifter

Avsnitt	Godkäntnivå		Överbetygsnivå
	Instuderingsuppgifter	Träningsuppgifter	
10.1	3, 5, udda 11 – 21, 33 – 39, K:1,4	29,31,32, K:2,3	udda 27
10.5	1,3,5,7,11,13,15	17,19	
11.1	1,2, 3, 7	13	15, 17, 21, 22
11.3	1, 3, 4, 7, 13, K:5,6,7,8	17	5, 19
12.1	3, 4, 7, 13, 15, 17, 19, 21, 37, 38	29 – 32	33, 35
12.2	1, 2, 5, K:12		3,4,7,11,13,15,17
12.3	3,5,17,19,27	23,31	36,37,38
Matlab komp.	1.1.1, 1.2.1, 1.4.1, 1.5.1	1.1.2, 1.2.2, 1.2.3	1.1.3, 1.2.4, 1.3.1

Lärmål

För att bli godkänd på kursen skall du kunna:

Adams	Mål
10.1	förklara vad som menas med *omgivning* till en punkt i $\mathbb{R}^n$
10.1	förklara vad som menas med inre punkt, yttre punkt och randpunkt till en mängd i $\mathbb{R}^n$
10.1	förklara vad som menas med öppen, sluten, det inre, det yttre och komplementet av en mängd i $\mathbb{R}^n$
10.1, 10.5	skissa plan, cylindriska ytor och andragradsytor, utgående från ytans ekvation samt ange vilken typ av yta ekvationen representerar (se även 8.1).
10.1, 10.5	skissa kurvor, ytor och områden i rummet som beskrivs av system med ekvationer och/eller olikheter, där uttrycken är av typ som ingår i föregående lärmål.
11.1	derivera vektorvärda funktioner av en variabel genom tillämpning av deriveringsreglerna (sats 11.1.1, se t.ex. exempel 1), och därmed kunna bestämma kurvtangent, hastighet- och accelerationsvektor, samt fart till en partikel med given positionsvektor.
11.1	skissa plana kurvor utgående från given parametrisering (se även 8.2).
11.1, 11.3	bestämma parametrisering av sträckor i planet och rummet samt cirkelbågar, ellipser och funktionskurvor i planet (se även 8.2). Du skall även i enklare fall kunna parametrisera skärningskurvor mellan ytor.
11.3	förklara vad som menas med båglängdselement och beräkna längden av kurvor (se även 8.3-8.4).
11.3	förklara vad som menas med enkel sluten kurva, samt vad som menas med orientering av en kurva
12.1	redogöra för funktionsbegreppen (def. 12.1), begreppen nivåkurva och nivåyta samt skissa enkla nivåkurvor/nivåytor.
12.1	bestämma (den maximala) definitionsmängden för ett funktionsuttryck, samt skissa enkla funktionsytor.
12.2	ge en intuitiv beskrivning av begreppet gränsvärde (som i inledning till 12.2).
12.2	använda räknereglerna (före ex.1) för gränsvärden för funktioner av två variabler.
12.2	förklara vad som menas med att en funktion är kontinuerlig
12.3 12.5	de olika beteckningarna för partiell derivata och beräkna partiella derivator genom att tillämpa deriveringsregler för funktioner av en variabel samt kedjeregeln.
12.3	bestämma tangentplan och normallinje till funktionsyta.

För överbetyg skall du också kunna:

Adams	**Mål**
11.3	bestämma parametrisering av snitt av ytor
11.3	motivera formeln för beräkning av kurvlängd.
12.2	definiera begreppet gränsvärde och motivera definitionen
12.2	avgöra om en reellvärd funktion av två variabler har gränsvärde och beräkna det.
12.2	ge exempel på funktion av två variabler, som saknar gränsvärde då $(x, y) \to (0, 0)$ men där alla gränsvärden $f(x, kx)$, då $x \to 0$, samt $f(0, y)$, då $y \to 0$, existerar och är lika.
12.2	avgöra om en funktion är kontinuerlig.
12.3	definiera begreppet partiell derivata och härleda tangentplanets ekvation.