

## Uppgift 1, Vektoranalys

a) Förklara kortfattat skillnaden mellan en skalär och en vektor samt ge två exempel av båda.

**Visa att:**

b)  $(a\hat{x}) \bullet (b\hat{y}) = \hat{0}$

c)  $(\hat{x} \times \hat{y}) = -(\hat{y} \times \hat{x})$

d)  $\hat{x} \times (\hat{y} + \hat{z}) = \hat{x} \times \hat{y} + \hat{x} \times \hat{z}$

**Beräkna:**

e)  $(3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}) \times (2\hat{j} - \hat{k})$

f)  $(\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k}) \bullet (\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k})$

g) Om  $P_1 = (x_1, y_1, z_1)$  och  $P_2 = (x_2, y_2, z_2)$ , vad representerar då  $\bar{v} = \overline{P_1 P_2}$  och hur beräknas  $\bar{v}$ ?

## Uppgift 2, Avstånd i $\mathbb{R}^3$

Du har en punkt  $P_1$  i (5,10,8) och en punkt  $P_2$  i (1,-3,-8). Finn:

a)  $|P_2 - P_1|$  (avståndet mellan punkterna).

b) Avståndet från origo till  $P_1$ .

c) Sketcha ett bevis på varför de formler du använde i a) och b) fungerar. Utgå från det generella fallet där  $P_1$  är punkten  $(x_1, y_1, z_1)$  och  $P_2$  är punkten  $(x_2, y_2, z_2)$

## Uppgift 3, Euklidisk geometri

a) Gör en enkel skiss av ekvationen  $x^2 + z^2 - 9 = 0$  i  $\mathbb{R}^3$ .

b) Gör en enkel skiss av ekvationen  $z = 0$ . Vad för välkänt plan/koordinatsystem motsvarar ekvationen?

c) Beskriv i ord utseendet av följande grafer:

$$i) x^2 + (y - 1)^2 = 4$$

$$ii) z^2 + (x - 1)^2 = 0$$

$$iii) x^2 + y^2 + z^2 \geq 25$$

## Uppgift 4, Kurvor

a) Finn hastigheten, farten samt accelerationen av kurvan

$$\bar{r} = 4\cos(\omega t)\hat{i} + 3\cos(\omega t)\hat{j} + 5\sin(\omega t)\hat{k}$$

b) Antag att en partikel färdas i kurvan given ovan. Hur lång tid tar det för partikeln att färdas ett helt varv runt kurvan? Åt vilken riktning är accelerationen riktad? (ekvationen beskriver en cirkel i planet  $3x=4y$  med radie 5 och

centrum i origo).

c) Antag att en elektron rör sig genom rummet  $\mathbb{R}^3$  enligt en kurva som beskrivs genom positionsvektorn  $\vec{r}(t) = \frac{t^3}{3}\hat{i} + t^2\hat{j} + 2t\hat{k}$  där  $t$  är en parameter som motsvarar tiden. Beräkna längden på kurvan som elektronen spårar ut mellan  $t=0$  och  $t=1$ .

## Uppgift 5, Nivåkurvor och gränsvärden

a) Sketcha ett par nivåkurvor för följande grafer:

i)  $f(x, y) = xy$

ii)  $f(x, y) = \sqrt{16 - x^2 - y^2}$

b) Ange om mängden  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y > 0, z = 0\}$  är öppen eller ej. Motivera ditt svar.

c) Kan funktionen  $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x - y}$  ges en kontinuerlig utvidgning till hela  $\mathbb{R}^2$ ?

d) Sketcha grafen  $f(x, y) = |y| + |-x|$