TMA044 Flervariabelanalys E2
Vecko–PM läsvecka 5

Calculus: 14.5, 10.6, 14.6

I avsnitt 14.5 skall vi se hur funktioner av tre variabler kan integreras genom s.k. *trippelintegraler*. I huvudsak är det inte så stor skillnad på att integrera funktioner av två respektive tre variabler, men då integrationsområdet i en trippelintegral är ett område i rummet kan det dock ibland vara om något ännu lite klurigare att bestämma integrationsgränserna. En annan skillnad är också att vi i trippelintegraler har ännu fler möjligheter på vilken ordningsföljd vi kan integrera. Vi skall denna vecka se hur man kan göra variabelsubstitution i trippelintegraler och i avsnitt 14.6 ägnas mest fokus på övergång till s.k. *cylindriska koordinater* och *sfäriska koordinater*. Dessa koordinatbyten tas även upp i avsnitt 10.6 som snarare skall betraktas som en del av avsnitt 14.6.

Calculus: 15.1-3

Vi riktar äntligen vår uppmärksamhet åt kapitel 15 som till stor del handlar om *vektorfält* och dess tillämpningar (avs 15:1,2,4,6). Vektorfält dyker upp naturligt inom många områden (se sid 807) t.ex. för att beskriva olika typer av krafter (gravitation, magnetiska, elektrostatiska mm) eller flöden (av vätska, gas, energi mm). Per definition är ett vektorfält (i rummet) en funktion $\mathbf{F}$ från $\mathbb{R}^3$ till $\mathbb{R}^3$ och en naturlig tolkning är att $\mathbf{F}(x, y, z)$, som alltså är en vektor i $\mathbf{R}^3$, beskriver hastigheten hos en partikel i ett visst flöde som befinner sig i punkten (x, y, z). En partikel som rör sig i rummet med en hastighet som bestäms av ett visst vektorfält följer en kurvbana som kallas *fältlinje* (även kallad strömlinje eller kraftlinje, beroende på sammanhang).

I avsnitt 15.2 skall vi studera en speciell klass av vektorfält som kallas *konservativa*. Det är vektorfält $\mathbf{F}$ som är gradienten av någon reellvärd funktion $\phi(x, y, z)$ dvs. $\mathbf{F} = \nabla\phi$. Funktionen ϕ sägs i så fall vara en (skalär) *potential* till vektorfältet. Som vi skall se har sådana konservativa vektorfält flera användbara egenskaper, och de spelar en viktig roll i teorin om vektorfält. I avsnitt 15.3 skall vi integraler längs kurvor och se hur man kan beräkna massa och tyngdpunkt av en tunn (krökt) tråd som är belagd med en given (varierande) densitet.

Rekommenderade uppgifter

Avsnitt	Godkäntnivå		Överbetygsnivå
	Instuderingsuppgifter	Träningsuppgifter	
14.5	1, 5	9, 14, 16	7, 11, 27
10.6	1-14		
14.6	1, 3	13, 15, 16	5, 14.4.29
15.1	3, 6 (rita fältet, fältlinjer och nivåkurvor till $f(x, y) = x^2 - y$ i samma fig.)		
15.2	1, 3, 4, 5		9
15.3	2, 3, 7	9	

Lärmål:

För att bli godkänd på kursen skall du kunna:

Adams	Mål
14.5	beräkna trippelintegraler genom upprepad enkelintegration.
14.6	ange sambanden mellan cartesiska och sfäriska/cylindriska koordinater samt sambandet mellan volymelementen.
14.6	beräkna trippelintegraler med hjälp av variabelsubstitution.
14	tillämpa dubbel- och trippelintegral för att bestämma t.ex. area, volym, massa, laddning och tyngdpunkt (ej tröghetsmoment).
15.1	skissa ett vektorfält i planet, skissa fältlinjer till det och redogöra för sambandet mellan vektorfält och fältlinjer.
15.2	definiera begreppet *konservativt vektorfält i ett område* och beräkna *potential* till ett konservativt fält.
15.2	känna till nödvändiga villkor för att ett vektorfält skall vara konservativt (sid 851) och med hjälp av dessa kunna visa att ett givet vektorfält inte är konservativt.
15.2	förklara sambandet mellan nivåkurvor till potential och fältlinjerna till ett konservativt vektorfält.
15.3	definiera begreppet *kurvintegral av en funktion* och beräkna sådana integraler genom parametrisering av kurvan.

För överbetyg skall du också kunna:

Adams	Mål
14.6	välja lämplig variabelsubstitution för beräkning av trippelintegral
15.1	bestämma fältlinjer till vektorfält i planet.