



21 januari 2002

## Veckoprogram för Matematisk analys i en variabel, del B, för M1 och TD1, 2001/2002

### Temavecka 1: Integraler och användning av integraler. Kap 6, 7.1 – 7.3

Avsnitt	Innehåll	Instuderingsuppgifter	Träningsuppgifter	Extra
Kap 6	Integraler	1abd,2,3,4,9,11,25,46	6,8,12,13,14,15bc,16bc 17bc,19b,21,27,30ab,40	18c,20b,22,32,34

#### Redovisningsuppgifter (redovisningsdag: 29 jan)

- Skriv journal om temaveckans matematik. Denna uppgift ger 2 poäng!
- (a) Beräkna följande integral på två sätt, dels analytiskt och dels genom att tolka integralen som area.

$$\int_0^3 |x - 1| dx$$

- (b) Bevisa olikheterna  $1 \leq \int_0^1 3x^2 \sqrt{1+x^4} dx \leq \sqrt{2}$ .

### Temavecka 2: Användning av integraler. Kap 7.4 – 7.9

Avsnitt	Innehåll	Instuderingsuppgifter	Träningsuppgifter	Extra
Kap 7	Användning av integraler	1,3,4,9,14,17,24,31,38,47	2,7,11,20,25,28,30 32,40,42,48,49	54,55,66

#### Redovisningsuppgifter (redovisningsdag: 5 feb)

- (a) Beräkna följande integral
 
$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{e^x + 2e^{-x} + 2} dx.$$
 (b) Visa att integralen  $\int_0^{\infty} \frac{1 + \sqrt{x}}{x^2 + \sqrt{|\sin x|}} dx$  är konvergent.
- Området som begränsas av  $y$ -axeln, linjen  $y = 8$  och kurvan  $y = x^3$  roterar kring  $x$ -axeln.
  - Beräkna rotationsvolymen.
  - Beräkna areorna av de rotationsytor som alstras
- Låt  $f(x)$  vara en funktion som är kontinuerlig och positiv på intervallet  $(-\infty, \infty)$ . Antag att  $f(x)$  är växande på intervallet  $(-\infty, 0)$ , avtagande på intervallet  $(0, \infty)$  och att  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$  är konvergent. Visa att
 
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx - hf(0) \leq h \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nh) \leq \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx + hf(0)$$
 för alla  $h > 0$ .

**Temavecka 3: Differentialekvationer. Kap 8.1 – 8.6**

Avsnitt	Innehåll	Instuderingsuppgifter	Träningsuppgifter	Extra
Kap 8.1 – 8.6	Differentialekvationer.	1,2,3,6bd,8b,23,25,34,38	9,17,18,19,24,26,28 29,32,35,40,41,42,44	33,37,45,74

**Redovisningsuppgifter** (redovisningsdag: 12 feb)

1. Skriv journal om temaveckans matematik. Denna uppgift ger 2 poäng!
2. Lös följande differentialekvationer:
  - (a)  $3x^2y' = y^2 + 2xy - 2x^2$ ,  $y(2) = -8$ , genom att införa funktionen  $z(x) = y(x)/x$ ,
  - (b)  $y''y^3 = 1$ ,  $y(0) = y'(0) = 1$ , genom att först multiplicera ekvationen med  $y'/y^3$ .
3. En tank innehåller 60 liter rent vatten. Genom ett rör tillförs 2 liter saltlösning per minut, denna lösning innehåller 5 gram salt per liter lösning. Genom ett annat rör avtappas tre liter per minut, av den perfekt blandade vätskan i tanken. Tanken kommer alltså att vara tom efter exakt 1 timma. Bestäm saltmängden i tanken efter  $t$  minuter. Vad är den maximala saltmängden i tanken?