Hjälpmedel: Beta, Standard math. tabels, typgodkänd räknedosa(icke-programmerbar)
MATEMATIK Telefon: Anna Nyström, 0740–459022
Chalmers tekniska högskola 2004–08–26 kl. 08.45–13.45

TMA132 Fourieranalys F2/Kf2, 5 poäng, LÖSNIGAR

OBS! Ange namn, personnummer samt linje och inskrivningsår.

---

1. Utveckla funktionen $f(x) = x^2, x < 1$, $f(x) = 0, 1 < x < 3$ i serie $\sum c_k J_2(\mu_k x/3)$ på intervallet $(0,3)$ där μ_k är positiva nollställen av J_2'.

2. Hitta andragradpolynomen $P(x)$ som minimerar $\int_0^1 |\sqrt{x} - P(x)|^2 x dx$.

3. Konstruera en konform avbildning som avbildar området $0 < \arg z < \pi/4, |z| < 2$ på det övre halvplanet. Vilka problem i potentialteori kan man lösa med hjälp av den avbildningen?

4. Funktionen $f(t)$ har Fouriertransformen $\hat{f}(\omega)$ där

$$|\hat{f}(\omega)| = 0,\ |\omega| < 2, |\hat{f}(\omega)| = 1, 2 \leq |\omega| < 3, |\hat{f}(\omega)| = |\omega|^{-1}, |\omega| \geq 3$$

För $\alpha > 0$ funktionen $g_\alpha(t)$ definieras som $g_\alpha(t) == \frac{\sin \alpha t}{\pi t}$. Bestäm funktionen $h(\alpha) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} |(g_\alpha * f)(t)|^2 dt$.

5. Lös, med hjälp av Fouriertransformation i x-led, begynnelsevärdeproblemet

$$u_{tt} = u_{xx} - 4u_x + 4u,\ t > 0, -\infty < x < \infty \tag{1}$$
$$u(x,0) = f(x), f \in L_1, \hat{f} \in L_1 \tag{2}$$
$$u(x,t) \text{ begränsad då } t \to \infty \tag{3}$$

6. Lös problemet

$$\begin{cases} u_{xx} = u_t + u, & 0 < x < 1, t > 0, \\ u(0,t) = 0, u_x'(1,t) = 1, & u(x,0) = x \end{cases}$$

7. a) Relation mellan egenskaperna av funktionen och dennes F-koefficienter.
   b) Hur många gräns- och begynnelsevillkor måste man ställa för olika typer partiella differentialekvationer?

8. Härleda differentialekvation för Legendrepolynomer

Varje uppgift kan ge max. 8 p. Skrivningen beräknas färdigrättas fredagen, 10. september.

G.Rozenblioum

GR