Tentamen i matematik K, del D, 1997-01-18 kl 8.45-12.45

Hjälpmedel: Bifogat formelblad. Ej räknedosa.
Telefon: Fredrik Ekstedt, anknytning 5308.
OBS! Linje, antagningår, namn och personnummer skrivs på alla inlämnade blad.

==

1. Låt $\mathbf{F}(x,y,z) = (y^2 z, 2xyz - z^2, xy^2 - 2yz)$.
   a) Beräkna div **F** i punkten (-3,1,2).
   b) Beräkna rot **F**.
   c) Bestäm en skalär potential ϕ till **F** sådan att $\phi(0,0,0) = 2$.

2. Beräkna kurvintegralen $\int_C x(2-3y)dx + y(2x-y)dy$, där C är triangeln med hörn i (0,0), (1,0) och (1,2), genomlöpt ett varv i positiv led.

3. Bestäm $y(t)$ så att $y(t) = 0$ för $t < 0$ och $y'(t) + 4y(t) + 5\int_0^t y(s)ds = \theta(t)$

4. Beräkna $\iint_D e^{-4x^2 - y^2} dxdy$, där $D = \{(x,y)\colon 1 < 4x^2 + y^2 < 4\}$.

5. Maclaurinutveckla $f(x) = \ln(2 - e^{-x^2})$ med restterm på formen $O(x^8)$.

6. Bestäm det kortaste avståndet från origo till ytan $x^4 y^2 z = \frac{1}{4}$.

7. Beräkna $\iiiint_D (x + y + z + t)dxdydzdt$,

   där $D = \{(x,y,z,t)\colon x^2 + y^2 + z^2 + t^2 \le 1, t \ge 0\}$.

8. a) Låt f och g vara C^1-funktioner $R^2 \to R$. Definiera Jacobideterminanten $\frac{D(f,g)}{D(x,y)}$.
   b) Beskriv Jacobideterminantens geometriska roll i formeln för variabelbyte i dubbelintegraler.
   c) Härled Maclaurinpolynomet av allmänt gradtal för arctan x (se formelblad).
   d) Vid härledningen i c) använder man en indirekt metod i stället för Maclaurins formel. Vilken teoretisk grund har man då man hävdar att man ändå har fått Maclaurinpolynomet? (8p)

LF