

**OPTIONER OCH MATEMATIK (CTH[*TMA155*]&GU[*MAM690*])****lp4, våren 2003****Examinator, lärare:** Christer Borell, tel 772 35 53 (arbete), 92 18 93 (hem),  
Per Hörfelt 772 10 48**Läromedel:** Christer Borell, Optioner och matematik (kompendium som  
finns att köpa på matematikexpeditionen)**Föreläsningar i sal VH :** Må 10<sup>00</sup>-11<sup>45</sup> och ti 13<sup>15</sup>-15 veckorna 12-14,  
18-21.**Demonstration i storgrupp i sal VH:** Ti 15<sup>15</sup> – 17 veckorna 12-14.**Gruppövningar i MD1 och MD6:** Ti 15<sup>15</sup> – 17 veckorna 18-21.**PRELIMINÄR PLAN FÖR FÖRELÄSNINGARNA**

Läromedlets appendix ”Konvexitet i  $\mathbf{R}^n$ ” ingår i kursen men genomgås ej på föreläsningarna. Avsnittet är lämpligt att studera på egen hand redan från början av kursen.

**Vecka 12**

Finansiella derivat av amerikansk och europeisk typ. Terminskontrakt. Dominansprincipen. Konvexitetsegenskaper för europeiska köp-och säljoptioners priser. Binomialmodellen med en period.

**Vecka 13**

Binomialmodellen med flera perioder.

#### **Vecka 14**

Gaussiska stokastiska variabler. Karakteristisk funktion. Slumpvandring. Centrala gränsvärdessatsen. Brownsk rörelse och Bachelier-Samuelsons modell.

#### **Vecka 18**

Representationsformler för lösning av differentialekvationer med hjälp av Brownsk rörelse. Några samband mellan Gaussisk slumpvandring och numeriska metoder för värmeledningsekvationen.

#### **Vecka 19**

Black-Scholes modell och differentialekvation. Köp- och säljoptioner av europeisk typ på aktier och valutor.

#### **Vecka 20**

Köptioner på terminskontrakt enligt Black-76. Black-Scholes priser för exotiska optioner. Känslighetsanalys: delta, gamma osv.

#### **Vecka 21**

Aktieoptioner för utdelande aktier. Bivariat Brownsk rörelse. Bytesoptioner. Optioner på max och min.

### **EXAMINATION**

#### **Sista dag för inlämning av inlämningsuppgifter:**

Inlämningsuppgift 1: 1 april kl 14.45

Inlämningsuppgift 2: 13 maj kl 14.45

Uppgifterna lämnas in av grupper om högst 3 personer.

#### **Tentamenstider:**

30 maj 2003 , fm, 4 timmar, v

6 sept 2003, fm, 4 timmar, v  
 24 jan 2004, fm, 4 timmar, v

### Betyg:

Det skriftliga slutprovet omfattar 23 poäng. Kursen har två ej obligatoriska inlämningsuppgifter. Man kan maximalt erhålla  $2 \times 1.5$  poäng från denna del. Erhålls  $X$  poäng på slutprovet och sammanlagt  $Y$  poäng från de två inlämningsuppgifterna beräknas nyckeltalet

$$S = [X + A \times Y]$$

där  $[r]$  betyder heltalsdelen av  $r$  och  $A = 1$  på tentorna i maj och september 2003 och  $A = 0$  i januari 2004. Det krävs att nyckeltalet  $S$  minst är lika med 10 för godkänt. På Chalmers ger  $15 \leq S < 20$  en 4:a och  $S \geq 20$  en 5:a; på GU ger  $S \geq 18$  betyget VG.

### Teorifrågor:

Det skriftliga slutprovet omfattar alltså 23 poäng; problemdelen omfattar 12 poäng och teoridelen 11 poäng. Teori uppfattas som läromedlets text och behöver därför inte endast vara formulerade satser. Minst 5 av de 11 poängen från teoridelen hämtas från följande lista:

**kap 1:** Visa att det ej är optimalt att lösa in en aktieköption av amerikansk typ före slutdagen då aktien ej ger utdelning.

**kap 2:** sats1; sats 2

**kap 3:** sats 1; sats 2; sats 4; sats 5; Låt  $(X_k)_{k=1}^n$  vara en reellvärd Gaussisk process. Visa att  $X_1, \dots, X_n$  är stokastiskt oberoende om  $\text{Cov}(X_j, X_k) = 0$  för  $j \neq k$ .

**kap 4:** sats 1; värdera köpoptioner på terminskontrakt enligt Black-76.

**kap 5:** exempel 1; exempel 2

**kap 6:** sats 1,  $N = 0$ ; En aktie utdelar beloppet  $D$  vid tiden  $t_*$ . Visa att det kan vara optimalt att lösa in en aktieköption av amerikansk typ precis före utdelningen fränskiljs aktien.

**Appendix:** sats 2, sats 3

### Hjälpmedel på det skriftliga slutprovet:

Beta.

Välkomna!

Göteborg 18 september 2003  
Christer Borell