

# OPTIONER OCH MATEMATIK (CTH[TMA155]&GU[MAM690])

lp4, våren 2004

**Examinator och lärare:** Christer Borell, tel 772 35 53 (arbete), 92 18 93 (hem)

**Läromedel:** Christer Borell, Optioner och matematik (finns att köpa på DC)

**Föreläsningar i Hörsalen MC:** Må 10<sup>00</sup> – 11<sup>45</sup> och Ti 13<sup>15</sup> – 14<sup>15</sup>, 14<sup>30</sup> – 15<sup>30</sup>, 16<sup>00</sup> – 17<sup>00</sup> veckorna 12,13,17,18,19,20,21

## PRELIMINÄR PLAN FÖR FÖRELÄSNINGARNA

Läromedlets appendix ”Konvexitet i  $\mathbf{R}^n$ ” ingår i kursen men genomgås ej på föreläsningarna. Avsnittet är lämpligt att studera på egen hand redan från början av kursen.

### Vecka 12

Finansiella derivat av amerikansk och europeisk typ. Terminkontrakt. Dominansprincipen. Konvexitetsegenskaper för europeiska köp- och säljoptioners priser. Binomialmodellen med en period.

### Vecka 13

Binomialmodellen med flera perioder.

### Vecka 17

Gaussiska stokastiska variabler. Karakteristisk funktion. Slumpvandring. Centrala gränsvärdessatsen. Brownsk rörelse och Bachelier-Samuelsons modell.

### Vecka 18

Representationsformler för lösning av differentialekvationer med hjälp av Brownsk rörelse. Några samband mellan Gaussisk slumpvandring och numeriska metoder för värmeledningsekvationen.

### Vecka 19

Black-Scholes modell och differentialekvation. Köp- och säljoptioner av europeisk typ på aktier och valutor. Köpoptioner på terminskontrakt enligt Black-76.

### Vecka 20

Black-Scholes priser för exotiska optioner. Känslighetsanalys: delta, gamma osv. Aktieoptioner för utdelande aktier.

### Vecka 21

Bivariat Brownsk rörelse. Bytesoptioner. Optioner på max och min.

## EXAMINATION

### Tentamenstider:

24 maj 2004 , fm v, 3 timmar (8.45-11.45)

11 sept 2004, fm v, 3 timmar (8.45-11.45)

22 jan 2005, fm, 3 timmar

### Betyg:

Det skriftliga slutprovet omfattar 15 poäng. Om  $R$  betecknar antalet erhållna poäng ges på Chalmers betyget 3 om  $6 \leq R < 9$ , betyget 4 om  $9 \leq R < 12$  och betyget 5 om  $12 \leq R \leq 15$ . På GU erhålls betyget  $G$  om  $6 \leq R < 11$  och betyget  $VG$  om  $11 \leq R \leq 15$ .

### Teorifrågor:

Det skriftliga slutprovet omfattar alltså 15 poäng; problemdelen omfattar 9 poäng och teoridelen 6 poäng. Teori uppfattas som läromedlets text och behöver därför inte endast vara formulerade satser. Minst 3 av teoridelens 6 poäng hämtas från följande lista:

**kap 1:** Visa att  $S(t) - c(t, S(t), K; T) = Ke^{-r(T-t)} - p(t, S(t), K; T)$  om  $t \leq T$ ;

Visa att det ej är optimalt att lösa in en aktieköption av amerikansk typ före slutdagen då aktien ej ger utdelning.

**kap 2:** sats 1; sats 2

**kap 3:** sats 1; sats 2; sats 4; sats 5;

Låt  $(X_k)_{k=1}^n$  vara en reellvärd Gaussisk process. Visa att  $X_1, \dots, X_n$  är stokastiskt oberoende om och endast om  $\text{Cov}(X_j, X_k) = 0$  för  $j \neq k$ .

**kap 4:** sats 1;

Värdera köpoptioner på terminskontrakt enligt Black-76.

**kap 5:** exempel 1; exempel 2

**kap 6:** sats 1,  $N = 0$ ;

En aktie utdelar beloppet  $D$  vid tiden  $t_*$ . Visa att det kan vara optimalt att lösa in en aktieköption av amerikansk typ precis före utdelningen fränkiljs aktien.

**Appendix:** sats 2, sats 3

### Hjälpmedel på det skriftliga slutprovet:

Inga

Välkomna!

Göteborg 6 september 2004

Christer Borell