

OPTIONER OCH MATEMATIK (CTH[TMA155]&GU[MAM690])

lp5, våren 2005

Examinator och lärare: Christer Borell, tel 772 35 53 (arbete), 92 18 93 (hem)

Läromedel: Christer Borell, Optioner och matematik (läggs ut som pdf-filer på kursens hemsida)

Föreläsningar (totalt 40 tim): Må 10⁰⁰ – 11⁴⁵ i MD1 veckorna 15-19 och ti 13¹⁵ – 14¹⁵, 14³⁰ – 15³⁰, 16⁰⁰ – 17⁰⁰ i MD6 veckorna 15-20. Dessutom to 13¹⁵ – 15⁰⁰ i MD1 vecka 20 (19 maj) och on 10⁰⁰ – 11⁴⁵, 13¹⁵ – 15 i MD6 vecka 21 (25 maj). **OBS: Annandag pingst ingen undervisning!**

PRELIMINÄR PLAN FÖR FÖRELÄSNINGARNA

Läromedlets appendix ”Konvexitet i \mathbf{R}^n ” ingår i kursen men genomgås ej på föreläsningarna. Avsnittet är lämpligt att studera på egen hand redan från början av kursen.

Vecka 15

Finansiella derivat av amerikansk och europeisk typ. Terminkontrakt. Dominansprincipen. Konvexitetsegenskaper för europeiska köp-och säljoptioners priser.

Vecka 16

Binomialmodellen i en och flera perioder.

Vecka 17

Gaussiska stokastiska variabler. Karakteristisk funktion. Slumpvandring. Centrala gränsvärdessatsen. Brownsk rörelse och Bachelier-Samuelsons modell.

Vecka 18

Representationsformler för lösning av differentialekvationer med hjälp av Brownsk rörelse. Några samband mellan Gaussisk slumpvandring och numeriska metoder för värmeledningsekvationen.

Vecka 19

Black-Scholes modell och differentialekvation. Köp- och säljoptioner av europeisk typ på aktier och valutor. Köpoptioner på terminskontrakt enligt Black-76.

Vecka 20

Black-Scholes priser för exotiska optioner. Känslighetsanalys: delta, gamma osv. Aktieoptioner för utdelande aktier.

Vecka 21

Bivariat Brownsk rörelse. Bytesoptioner. Optioner på max och min.

EXAMINATION

Tentamenstider:

28 maj 2005 fm v

3 sept 2005 fm v

28 jan 2006 v (**OBS: ändrad tid**)

Varje skrivning omfattar 4 timmar.

Betyg:

Det skriftliga slutprovet omfattar 15 poäng. Om R betecknar antalet erhållna poäng ges på Chalmers betyget 3 om $6 \leq R < 9$, betyget 4 om $9 \leq R < 12$ och betyget 5 om $12 \leq R \leq 15$. På GU erhålls betyget G om $6 \leq R < 11$ och betyget VG om $11 \leq R \leq 15$.

Teorifrågor:

Det skriftliga slutprovet omfattar alltså 15 poäng; problemdelen omfattar 9 poäng och teoridelen 6 poäng. Teori uppfattas som läromedlets text och behöver därför inte endast vara formulerade sats. Minst 3 av teoridelens 6 poäng hämtas från följande lista:

kap 1: Visa att $S(t) - c(t, S(t), K; T) = Ke^{-r(T-t)} - p(t, S(t), K; T)$ om $t \leq T$;

Visa att det ej är optimalt att lösa in en aktieköption av amerikansk typ före slutdagen då aktien ej ger utdelning.

kap 2: sats 1; sats 2

kap 3: sats 1; sats 2; exempel 1; sats 4; sats 5;

Låt $(X_k)_{k=1}^n$ vara en reellvärd Gaussisk process. Visa att X_1, \dots, X_n är stokastiskt oberoende om och endast om $\text{Cov}(X_j, X_k) = 0$ för $j \neq k$.

kap 4: sats 1;

Värdera köptioner på terminskontrakt enligt Black-76.

kap 5: exempel 1; exempel 2

kap 6: sats 1, $N = 0$;

En aktie utdelar beloppet D vid tiden t_* . Visa att det kan vara optimalt att lösa in en aktieköption av amerikansk typ precis före utdelningen frångår aktien.

Appendix: sats 2, sats 3

Hjälpmedel på det skriftliga slutprovet:

Inga

Välkomna!

Göteborg 2 november 2005

Christer Borell