

Matematiska vetenskaper

Chalmers tekniska högskola och Göteborgs universitet

Tentamen i Introduktionskurs D, TMA220, 2006-09-02

Tentamen i Introduktionskurs Datavetenskapligt program, MAM010, 2006-09-02.

Inga hjälpmedel är tillåtna, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Oscar Marmon, 0762-721860.

Besökstider: ca 9.30 och 11.30

OBS: Ange linje samt personnummer och namn på omslaget.
Ange namn och personnummer på *varje* inlämnat blad.
Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng inte svaret.
För godkänt krävs minst 20 poäng sammanlagt.

1. Låt $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{3, 4, 6, 9\}$ och $C = \{n \in \mathbb{N} : n \geq 4 \ \& \ n < 7\}$.

- (a) Bestäm $A \cup B$.
- (b) Bestäm $A \cap B$.
- (c) Bestäm $(A \cup C) \setminus B$.
- (d) Bestäm $|A \cup B|$.
- (e) Ange potensmängden till A , $\mathcal{P}(A)$.

(10p)

2. (a) Rita i ett Venn-diagram upp mängden

$$B \cap ((A \cap C) \cup (A^c \cap C^c))$$

(b) Visa med ett konkret exempel att

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$$

inte stämmer för alla mängder.

(10p)

3. (a) Låt $A = \{\text{Alla studenter som skriver den här tentan}\}$, med $|A| > 60$, och $B = \{k \in \mathbb{N} : 0 \leq k \leq 50\}$. Ange en funktion $f : A \rightarrow B$ och bestäm om den är surjektiv, injektiv och/eller inverterbar. Motivera!

(b) Bestäm en bijektiv (inverterbar) funktion $g : C \rightarrow D$, där C och D ska vara olika mängder. Glöm inte att ange C , D och att motivera ditt svar!

(10p)

4. Definiera två binära operatorer \star på \mathbb{R} och \diamond på \mathbb{N} genom

$$x \star y = 2xy - x - y + 2$$

och

$$x \diamond y = \max(x, y),$$

där $\max(x, y)$ är det största talet av x och y , t ex $\max(3, 5) = 5$.

- (a) Undersök om operatoren \star är kommutativ, associativ, har identitet och invers?
- (b) Undersök om operatoren \diamond är kommutativ, associativ, har identitet och invers?

(10p)

Var god vänd!

5. Låt tre funktioner vara definierade på olika delmängder av \mathbb{R} och ges av $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$, $g(x) = \frac{1}{1+x}$ och $h(x) = \frac{1}{x}$.

(a) Bestäm största möjliga definitionsmängd och värdemängd till $f(x)$.

(b) Bestäm största möjliga definitionsmängd till $g(x)$.

(c) Rita grafen till $h \circ g$.

(d) Bestäm inversfunktionen till $g(x)$.

(7p)

6. Beräkna $\sum_{n=1}^{99} (100 - n)$.

(3p)

Tentorna beräknas vara färdiggrättade den 22 september. Resultaten anslås på Institutionen för matematiska vetenskaper och tentorna kan avhämtas på expeditionen på Institutionen för matematiska vetenskaper som har öppet vardagar 8.30-13.00.

LYCKA TILL!

Kurt & Stefan.