

Matematiska vetenskaper

Chalmers tekniska högskola och Göteborgs universitet

Tentamen i Introduktionskurs D, TMA220, 2011-08-27

Tentamen i Introduktionskurs Datavetenskapligt program, MMGD00, 2011-08-27.

Inga hjälpmedel är tillåtna, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Magnus Önnheim, 0703-088304.

Besökstider: ca 9.30 och 11.30

OBS: Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng inte svaret.
För godkänt krävs minst 20 poäng sammanlagt.

1. Beräkna

$$\sum_{k=-3}^2 \frac{k}{k + \frac{1}{2}}.$$

Förkorta så långt det går.

(6p)

2. Låt $A = \{1, 2\}$.

(a) Bestäm potensmängden $\mathcal{P}(A)$.

(b) Bestäm den Kartesiska produkten $A \times \mathcal{P}(A)$.

(8p)

3. Låt A , B och C vara delmängder till ett universum U .

(a) Illustrera de tre mängderna $A \cap (C \setminus B)$, $B \cap (C \setminus A)$ och $(A \Delta B) \cap C$ med Venn-diagram.

(b) Motivera att $(A \cap (C \setminus B)) \cup (B \cap (C \setminus A)) = (A \Delta B) \cap C$.

(8p)

4. Vi definierar två funktioner

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x^2 + 1} \text{ och } g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, g(x) = 1 - x^2.$$

(a) Bestäm $f \circ g(x)$ och $g \circ f(x)$.

(b) För vilka x gäller det att $f(x) = g(x)$?

(8p)

Var god vänd!

5. Vi definierar en funktion $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ genom

$$g(x) = \begin{cases} x - 2 & x < 0, \\ x^2 & x \geq 0. \end{cases}$$

- (a) Är g injektiv? Om inte, så ange en delmängd $A \subseteq \mathbb{R}$ som är så stor som möjligt så att $h : A \rightarrow \mathbb{R}$ med $h(x) = g(x)$ för alla $x \in A$ är injektiv.
- (b) Är g surjektiv? Om inte, så ange värdemängden $g(\mathbb{R})$.
- (c) Bestäm inversen till g om den finns. Om den inte finns så motivera varför.

(10p)

6. Låt A vara mängden av alla förstgradspolynom med reella koefficienter, dvs

$$A = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = a + bx, a, b \in \mathbb{R}\}$$

Vi definierar en operator, \star , på A genom

$$(a + bx) \star (c + dx) = (ac - bd) + (ad + bc)x$$

- (a) Är operatorn kommutativ?
- (b) Är operatorn associativ?
- (c) Finns det någon identitet? Bestäm i så fall denna.
- (d) Bonusfråga (ger inte poäng men en stjärna i kanten): Vad är det egentligen för en operator?

Alla svar måste motiveras noggrant.

(10p)

Tentorna beräknas vara färdiggrättade den 19 september. Tentorna kommer att visas vid lämpligt tillfälle som meddelas på hemsidan och kan sedan om man missar detta avhämtas på expeditionen på Institutionen för matematiska vetenskaper som har öppet vardagar 9.00-13.00.

LYCKA TILL!

Kurt & Stefan.