

Matematiska vetenskaper

Chalmers tekniska högskola och Göteborgs universitet

Tentamen i Introduktionskurs D, 2014-08-30

Tentamen i Introduktionskurs Datavetenskapligt program, MMGD00, 2014-08-30.

Inga hjälpmedel är tillåtna, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Åse Fahlander, 0703-088304.

Besökstider: ca 9.30 och 11.30

OBS: Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng inte svaret.
För godkänt krävs minst 20 poäng sammanlagt.

1. Låt

$$A = \{n \in \mathbb{N} : n^2 < 99 \text{ och } n - 2 \geq 2\}$$

och

$$B = \{k \in \mathbb{N} : 2 < |k - 4| < 6\}.$$

Räkna upp alla element i A , B , $A \cap B$, $A \cup B$ samt $A \setminus B$.

(10p)

2. Beräkna

$$\left| \sum_{k=-4}^1 \frac{1}{k + \frac{1}{2}} \right|.$$

(5p)

3. Vilka av följande påståenden är sanna och vilka är falska. Rätt svar på deluppgift ger +2 poäng, fel svar ger -2 poäng och inget svar ger 0 poäng. Minsta möjliga poäng är 0.

(a) $\emptyset \in \mathbb{N}$

(b) $\emptyset \subseteq \mathbb{N}$

(c) $-1 \in \mathbb{N}$

(d) $\{1\} \subset \mathbb{N}$

(e) $\mathcal{P}(\{1\}) \subseteq \mathbb{N}$

(10p)

4. Vi definierar en binär operator \star på \mathbb{R} genom

$$x \star y = x - 2y + 3xy.$$

(a) Visa att \star inte är associativ?

(b) Visa att \star inte är kommutativ?

(c) Vilka par $x, y \in \mathbb{R}$ kommuterar med avseende på \star .

(8p)

Var god vänd!

5. Vi definierar en funktion $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ genom

$$g(x) = \begin{cases} 2 - 3x & x < 0, \\ 2 - x^2 & x \geq 0. \end{cases}$$

- (a) Motivera att g är bijektiv.
- (b) Bestäm inversen till g .

(7p)

6. Låt M vara mängden av alla ändliga mängder, d.v.s. $M = \{A : |A| < \infty\}$. Vi definierar funktionen $f : M \times M \rightarrow [0, 1]$ enligt regeln

$$f(A, B) = \begin{cases} 0, & \text{om } A = B = \emptyset; \\ \frac{|A \Delta B|}{|A \cup B|}, & \text{annars.} \end{cases}$$

Notera att $f(A, B) = 0$ inte bara för $A = B = \emptyset$. Påminner också om att $A \Delta B$ är den symmetriska differensen, dvs

$$A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A).$$

- (a) Vad kan vi dra för slutsatser om A och B om $f(A, B) = 0$? Max en mening.
- (b) Vad kan vi dra för slutsatser om A och B om $f(A, B) = 1$? Max en mening.
- (c) Är f injektiv? Motivera ditt svar.
- (d) Är f surjektiv? Motivera ditt svar.

(10p)

Tentorna beräknas vara färdigrättade den 20 september. Tentorna kommer att visas vid lämpligt tillfälle som meddelas på hemsidan och kan sedan om man missar detta avhämtas på expeditionen på Institutionen för matematiska vetenskaper som har öppet vardagar (utom onsdag) 9.00-13.00.

LYCKA TILL!

Stefan.