3. (a) Multiplicera (2) med en test funktion $v \in V$ och integrera över I.

$$-\int_0^1 u''(x)v(x)\,dx + \int_0^1 u(x)v(x)\,dx = \int_0^1 f(x)v(x)\,dx$$

Partiell integration i VL ger

$$-\Big[u'(x)v(x)\Big]_0^1 + \int_0^1 u'(x)v'(x)\,dx + \int_0^1 u(x)v(x)\,dx = \int_0^1 f(x)v(x)\,dx$$

Välj nu $V = H_0^1(0,1) = \{ v \in L^2(0,1) : v' \in L^2(0,1) \text{ och } v(0) = v(1) = 0 \}$

Vi ser att randintegralen försvinner och vi får variationsproblemet : Finn $u \in V$ $(= H_0^1(0,1))$ så att

$$(V) \quad \int_0^1 u'(x)v'(x)\,dx + \int_0^1 u(x)v(x)\,dx = \int_0^1 f(x)v(x)\,dx$$

för alla $v \in V$