

ÖVNINGSUPPGIFTER

1. INLEDNING

Avgör vilka av serierna i uppgift 1.1 - 1.18 som konvergerar och vilka som divergerar. Motivera svaren. Om en serie konvergerar, beräkna dess summa.

$$1.1 \quad \sum_{k=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{k}\right)^k$$

$$1.2 \quad \sum_{k=1}^{\infty} (\sqrt{k+1} - \sqrt{k})$$

$$1.3 \quad \sum_{k=0}^{\infty} 2^k 5^{-k}$$

$$1.4 \quad \sum_{k=3}^{\infty} \frac{1}{2^k}$$

$$1.5 \quad \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k 3^{-k}$$

$$1.6 \quad \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{k}{k+1}$$

$$1.7 \quad \sum_{k=1}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right)$$

$$1.8 \quad \sum_{k=1}^{\infty} 2e^{-k}$$

$$1.9 \quad \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{\pi}{e}\right)^k$$

$$1.10 \quad \sum_{k=1}^{\infty} k \sin \frac{1}{k}$$

$$1.11 \quad \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}}\right)$$

$$1.12 \quad \sum_{k=1}^{\infty} (\arctan(k+1) - \arctan k)$$

$$1.13 \quad \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3^k} - \frac{2}{5^k}\right)$$

$$1.14 \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{4k^2 - 1}$$

$$1.15 \quad \sum_{k=1}^{\infty} \cos k$$

$$1.16 \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+2)}$$

$$1.17 \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+3)}$$

$$1.18 \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(3k-1)(3k+2)}$$

Skriv följande periodiska decimalbråk som vanliga bråk, förkortade så långt som möjligt.

$$1.19 \quad 0.148\ 148\ \dots$$

$$1.20 \quad 1.018\ 18\ 18\ \dots$$

$$1.21 \quad 0.327\ 27\ 27\ \dots$$

Antag att $|x| < 1$. Finn ett enkelt uttryck för summan till var och en av följande sex serier.

$$1.22 \quad \sum_{k=0}^{\infty} x^{2k}$$

$$1.23 \quad \sum_{k=0}^{\infty} x^{2k+1}$$

$$1.24 \quad \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k x^k$$

$$1.25 \quad \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k x^{2k}$$

$$1.26 \quad \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} x^{3k-1}$$

$$1.27 \quad \sum_{k=0}^{\infty} (x^{3k} - x^{3k+1})$$

Bestäm de reella tal x för vilka serierna i uppgift 1.28 - 1.30 konvergerar. Ange summorna.

$$1.28 \quad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{x^k}$$

$$1.29 \quad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(1+x)^k}$$

$$1.30 \quad \sum_{k=0}^{\infty} \cos^k 2x$$

- 1.31 Antag att serien $\sum a_k$ är konvergent och $\sum b_k$ är divergent. Vad kan då sägas om serien $\sum(a_k + b_k)$ i konvergenshänseende? Motivera svaret!
- 1.32 Antag att serierna $\sum a_k$ och $\sum b_k$ båda är divergenta. Vad kan man säga om serien $\sum(a_k + b_k)$? Kan den vara konvergent? Kan den vara divergent? Motivera!
- 1.33 Antag att serien $\sum a_k$ är divergent och att c är en konstant skild från 0. Vad kan sägas om serien $\sum ca_k$? Konvergent eller divergent? Bevisa!
- 1.34 Antag att serien $\sum a_k$ är konvergent med summan A och att serien $\sum b_k$ är konvergent med summan B . Måste då serien $\sum a_k b_k$ vara konvergent med summan AB ?
- 1.35 Antag att $\sum a_k$ är en konvergent serie sådan att $a_k \neq 0$ för alla k . Vad kan då sägas om serien $\sum(1/a_k)$? Konvergent? Divergent? Motivera!
- 1.36 Låt s vara ett godtyckligt reellt tal skilt från 0. Konstruera en serie med summan s och alla termer skilda från 0.
- 1.37 Konstruera en serie med summan 0 men med alla termer skilda från 0.

2. POSITIVA SERIER

Avgör med hjälp av Jämförelsekriteriet (Sats 7) vilka av serierna i uppgift 2.1 - 2.12 som konvergerar. Resultaten i Sats 3 och Sats 6 får anses kända.

$$2.1 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+n^2}$$

$$2.2 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$$

$$2.3 \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$$

$$2.4 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + \cos n}{n\sqrt{n}}$$

$$2.5 \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\cos n|}{2^n}$$

$$2.6 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sin n}{n}\right)^2$$

$$2.7 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^3}$$

$$2.8 \quad \sum_{n=0}^{\infty} e^{-n^2}$$

$$2.9 \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln^2 n}$$

$$2.10 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{\sqrt{n}}}$$

$$2.11 \quad \sum_{n=1}^{\infty} e^{-(\ln n)^2}$$

$$2.12 \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n\sqrt{n}}$$

Avgör med hjälp av integralkriteriet vilka av serierna i uppgift 2.13 - 2.15 som konvergerar.

$$2.13 \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$$

$$2.14 \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$$

$$2.15 \quad \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)(\ln \ln n)}$$

2.16 Visa med hjälp av integralkriteriet att serien $\sum_2^{\infty} \frac{1}{n \ln^p n}$ konvergerar om och endast om $p > 1$. Jämför med Sats 6.

2.17 Visa med hjälp av integraluppskattningar att

$$\frac{\pi}{4} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+n^2} \leq \frac{\pi}{2}$$

2.18 Visa med hjälp av integraluppskattningar att

$$\frac{1}{p-1} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \leq \frac{p}{p-1} \quad \text{om } p > 1.$$

Avgör med hjälp av Jämförelsekriteriet på gränsvärdesform om serierna i uppgift 2.19 - 2.30 konvergerar eller ej.

2.19	$\sum_1^{\infty} \frac{n}{n^2+5}$	2.20	$\sum_1^{\infty} \frac{\sqrt{n}+7}{2n^2-n}$	2.21	$\sum_1^{\infty} \frac{5+3n}{(n+2)^3 - \sin n}$
2.22	$\sum_1^{\infty} \frac{1}{2^n-1}$	2.23	$\sum_1^{\infty} \frac{e^n}{1+e^{2n}}$	2.24	$\sum_1^{\infty} \frac{3^n+n^2}{2^n+n^4}$
2.25	$\sum_1^{\infty} \left(\sqrt{1+\frac{1}{n}} - 1 \right)$	2.26	$\sum_1^{\infty} \left(\sqrt{1+\frac{1}{n^2}} - 1 \right)$	2.27	$\sum_1^{\infty} \left(\sqrt{n+\frac{1}{n}} - \sqrt{n} \right)$
2.28	$\sum_1^{\infty} \frac{\arctan n}{n}$	2.29	$\sum_1^{\infty} \frac{1}{n^{1+1/n}}$	2.30	$\sum_1^{\infty} \frac{1}{n+\ln n}$

Avgör om serierna i uppgift 2.31 - 2.42 konvergerar eller ej. Utnyttja standardgränsvärden!

2.31	$\sum_1^{\infty} \sin \frac{1}{n}$	2.32	$\sum_1^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin \frac{1}{\sqrt{n}}$	2.33	$\sum_1^{\infty} \tan \frac{1}{n^2}$
2.34	$\sum_1^{\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{n} \right)$	2.35	$\sum_1^{\infty} \arctan \frac{1}{n}$	2.36	$\sum_1^{\infty} (n\sqrt{e} - 1)$
2.37	$\sum_1^{\infty} \ln \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}} \right)$	2.38	$\sum_1^{\infty} \ln \left(1 + \frac{1}{n^2} \right)$	2.39	$\sum_2^{\infty} \ln \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$
2.40	$\sum_1^{\infty} \ln \cos \frac{1}{n}$	2.41	$\sum_1^{\infty} (n\sqrt{n} - 1)$	2.42	$\sum_1^{\infty} (n\sqrt{n} - 1)^2$

2.43 Konvergerar serien $\sum_1^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \arctan \frac{1}{\sqrt{n}} \right)$?

2.44 Konvergerar serien $\sum_1^{\infty} (e^{1/n} - e^{-1/n})$?

2.45 Konvergerar serien $\sum_1^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)$?

2.46 Konvergerar serien $\sum_1^{\infty} \ln\left(n \sin \frac{1}{n}\right)$?

Undersök, eventuellt med hjälp av Rot- eller Kvotkriteriet, om serierna i uppgift 2.47 - 2.61 konvergerar eller ej.

2.47 $\sum_1^{\infty} (\sqrt[n]{n} - 1)^n$

2.48 $\sum_1^{\infty} n^2 2^{-n}$

2.49 $\sum_1^{\infty} n! e^{-n}$

2.50 $\sum_1^{\infty} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n}\right)^n$

2.51 $\sum_1^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$

2.52 $\sum_1^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2}$

2.53 $\sum_1^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n}$

2.54 $\sum_1^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$

2.55 $\sum_1^{\infty} \frac{(n!)^3}{(3n)!}$

2.56 $\sum_1^{\infty} e^{-n^2}$

2.57 $\sum_1^{\infty} n e^{-n^2}$

2.58 $\sum_1^{\infty} \frac{(2n)!}{(3n)!}$

2.59 $\sum_1^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$

2.60 $\sum_1^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$

2.61 $\sum_1^{\infty} \frac{(n!)^2}{2^{n^2}}$

3. ABSOLUTKONVERGENTA OCH ALTERNERANDE SERIER

För var och en av serierna i uppgift 3.1 - 3.18, avgör om den är absolutkonvergent, betingat konvergent eller divergent.

3.1 $\sum_1^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2 + 1}$

3.2 $\sum_1^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 + 1}$

3.3 $\sum_1^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^2}{n^2 + 1}$

3.4 $\sum_1^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$

3.5 $\sum_1^{\infty} \frac{1 + (-1)^n}{\sqrt{n}}$

3.6 $\sum_1^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$

3.7 $\sum_2^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}$

3.8 $\sum_2^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}$

3.9 $\sum_1^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3^{\ln n}}$

3.10 $\sum_1^{\infty} \frac{\cos n}{n\sqrt{n}}$

3.11 $\sum_1^{\infty} (-1)^n \frac{\arctan n}{n}$

3.12 $\sum_1^{\infty} \frac{\sin n}{2^n}$

3.13 $\sum_1^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(e^n + e^{-n})}$

3.14 $\sum_1^{\infty} (-1)^n \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)$

3.15 $\sum_1^{\infty} \sin\left(n + \frac{1}{n}\right)\pi$

3.16 $\sum_1^{\infty} \sin n \frac{\tan(1/n)}{\sqrt{n}}$

3.17 $\sum_1^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{\ln n}}$

3.18 $\sum_1^{\infty} (-1)^n \left(1 - n \sin \frac{1}{n}\right)$

Antag att serierna $\sum a_n$ och $\sum b_n$ är absolutkonvergenta. Visa att följande tre serier då också är absolutkonvergenta.

3.19 $\sum (a_n + b_n)$

3.20 $\sum (a_n - b_n)$

3.21 $\sum a_n b_n$

4. POTENSSEKRIER

Undersök för vilka reella tal x potensserierna i uppgift 4.1 - 4.5 konvergerar. Motivera svaren i detalj. Jämför till exempel med geometriska serier. Observera för vilka x som seriernas termer *inte* går mot 0.

4.1
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \dots$$

4.2
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} x^n = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$$

4.3
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2} = x + \frac{x^2}{4} + \frac{x^3}{9} + \frac{x^4}{16} + \dots$$

4.4
$$\sum_{n=1}^{\infty} x^{n!} = 0 + x + x^2 + 0x^3 + 0x^4 + 0x^5 + x^6 + \dots$$

4.5
$$\sum_{n=1}^{\infty} (\cos n)x^n = (\cos 1)x + (\cos 2)x^2 + (\cos 3)x^3 + \dots$$

För vilka reella tal x konvergerar potensserierna i uppgift 4.6 - 4.23? Utnyttja Sats 15 för att bestämma konvergensradierna.

4.6 $\sum_1^{\infty} nx^n$

4.7 $\sum_1^{\infty} \frac{n(-1)^n}{2^n} x^n$

4.8 $\sum_0^{\infty} \frac{n+3}{n+1} x^n$

4.9 $\sum_1^{\infty} \frac{x^n}{n^n}$

4.10 $\sum_0^{\infty} n! x^n$

4.11 $\sum_0^{\infty} e^{-n^2} x^n$

4.12 $\sum_2^{\infty} (\ln n)x^n$

4.13 $\sum_1^{\infty} \frac{3^{2n}}{n^4} x^n$

4.14 $\sum_1^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} x^n$

4.15 $\sum_0^{\infty} \frac{x^{3n}}{\sqrt{n+1}}$

4.16 $\sum_1^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n}$

4.17 $\sum_1^{\infty} \frac{1+3^n}{n!} x^n$

4.18 $\sum_1^{\infty} \frac{1+2^n}{n} x^{2n}$

4.19 $\sum_1^{\infty} \frac{(-1)^n}{n3^n} x^{3n-1}$

4.20 $\sum_1^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{(2n)!} x^n$

$$4.21 \quad \sum_1^{\infty} \sqrt[n]{n} x^n \qquad 4.22 \quad \sum_1^{\infty} n \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right) x^n \qquad 4.23 \quad \sum_1^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n$$

Bestäm konvergensradierna till var och en av serierna i uppgift 4.24 - 4.26.

$$4.24 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} x^n \qquad 4.25 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{n^{2n}} x^n \qquad 4.26 \quad \sum_{n=0}^{\infty} (1 + 3^n + 2^n) x^n$$

För var och en av följande sex funktioner $f(x)$, bestäm de första två (icke försvinnande) termerna i Maclaurinserien. Gör en grov skiss av funktionens graf nära $x = 0$ och ange om funktionen har lokalt maximum, lokalt minimum eller ingetdera när $x = 0$.

$$4.27 \quad f(x) = x^2 e^{-x}$$

$$4.28 \quad f(x) = \ln(1 + x^2) \sin x$$

$$4.29 \quad f(x) = \frac{\sin(x^2)}{x^2} \text{ då } x \neq 0 \text{ och } f(0) = 1.$$

$$4.30 \quad f(x) = 2 \cos x + \sin(x^2)$$

$$4.31 \quad f(x) = \sin^2 x - x^2$$

$$4.32 \quad f(x) = \sqrt{1 + x^2} - 1 - \frac{x^2}{2}$$

$$4.33 \quad \text{Beräkna } f^{(9)}(0) \text{ om } f(x) = \sin(x^3).$$

$$4.34 \quad \text{Beräkna } f^{(2)}(0) \text{ om } f(x) = (\sin x)/x \text{ när } x \neq 0 \text{ och } f(0) = 1.$$

$$4.35 \quad \text{Beräkna } f^{(4)}(0) \text{ om } f(x) = e^{-x^2}$$

Finn rationella närmevärden till följande integraler. Felets belopp skall vara mindre än 0,05.

$$4.36 \quad \int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx \qquad 4.37 \quad \int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{x} dx \qquad 4.38 \quad \int_0^1 x^2 e^{-x^2} dx$$

Beräkna summorna till följande serier genom att använda lämpliga potensserier.

$$4.39 \quad \sum_1^{\infty} \frac{n}{3^n} \qquad 4.40 \quad \sum_1^{\infty} \frac{n^2}{3^n} \qquad 4.41 \quad \sum_1^{\infty} \frac{1}{n 2^n}$$

$$4.42 \quad \sum_1^{\infty} \frac{1}{n! 2^n} \qquad 4.43 \quad \sum_1^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n 2^n} \qquad 4.44 \quad \sum_1^{\infty} \frac{n^2 - 1}{2^n}$$

LEDNINGAR OCH SVAR

1. INLEDNING

- 1.1 Divergent. Termerna går inte mot 0. De är alla > 1 .
 1.2 Divergent. Vad är seriens n -te delsumma?
 1.3 Konvergent geometrisk serie med summan $5/3$.
 1.4 Konvergent med summan $1/4$.
 1.5 Konvergent med summan $3/4$.
 1.6 Divergent. Alla termer har absolutbelopp $\geq 1/2$.
 1.7 Divergent. Beräkna n -te delsumman!
 1.8 Konvergent med summan $2/(e-1)$.
 1.9 Divergent geometrisk serie.
 1.10 Divergent. Kom ihåg att $(\sin x)/x \rightarrow 1$ då $x \rightarrow 0$.
 1.11 Konvergent med summan 1.
 1.12 Konvergent med summan $\pi/4$.
 1.13 Konvergent med summan -1.
 1.14 Konvergent med summan $1/2$. Partialbråksuppdelning!
 1.15 Divergent. För oändligt många k är $|\cos k| \geq |\cos 1| > 0$. Förklara!
 1.16 Konvergent med summan $3/4$.
 1.17 Konvergent med summan $11/18$.
 1.18 Konvergent med summan $1/6$.
- | | | | | | |
|------|-------------|------|---------------|------|---------------|
| 1.19 | $4/27$ | 1.20 | $56/55$ | 1.21 | $18/55$ |
| 1.22 | $1/(1-x^2)$ | 1.23 | $x/(1-x^2)$ | 1.24 | $1/(1+x)$ |
| 1.25 | $1/(1+x^2)$ | 1.26 | $x^2/(1+x^3)$ | 1.27 | $1/(1+x+x^2)$ |
- 1.28 Konvergent precis när $|x| > 1$. Summan blir då $x/(x-1)$.
 1.29 Konvergent precis när $x > 0$ eller $x < -2$. Summan blir då $1 + 1/x$.
 1.30 Konvergent precis när $x \neq n\pi/2$ (n heltal). Summan blir då $1/(2\sin^2 x)$

2. POSITIVA SERIER

- 2.1 Konvergent.
 2.2 Divergent. Tänk på att $\ln n \geq 1$ för alla $n \geq 3$.
 2.3 Divergent. Tänk på att $\ln n \leq n$ för alla $n \geq 1$.
 2.4 Konvergent. Eftersom $-1 \leq \cos n \leq 1$ blir $0 \leq 1 + \cos n \leq 2$ för alla $n \geq 1$.
 2.5 Konvergent.
 2.6 Konvergent.
 2.7 Konvergent.
 2.8 Konvergent. För alla $n \geq 0$ är $0 \leq e^{-n^2} \leq e^{-n}$.
 2.9 Divergent.
 2.10 Konvergent. För stora x är $2^x \geq x^4$, så för stora n är $2^{\sqrt{n}} \geq n^2$.
 2.11 Konvergent.
 2.12 Konvergent.

2.13	Divergent.	2.14	Konvergent	2.15	Divergent
2.19	Divergent	2.20	Konvergent	2.21	Konvergent
2.22	Konvergent	2.23	Konvergent	2.24	Divergent
2.25	Divergent	2.26	Konvergent	2.27	Konvergent
2.28	Divergent	2.29	Divergent	2.30	Divergent
2.31	Divergent.	2.32	Divergent	2.33	Konvergent
2.34	Konvergent. $1 - \cos(1/n) = \frac{\sin^2(1/n)}{1 + \cos(1/n)} \sim 1/2n^2$ när $n \rightarrow \infty$.				
2.35	Divergent.				
2.36	Divergent.				
2.37	Divergent	2.38	Konvergent	2.39	Konvergent
2.40	Konvergent. $\ln \cos(1/n) = \ln(1 + \varepsilon_n) \sim \varepsilon_n = -1 + \cos(1/n) \sim -1/2n^2$.				
2.41	Divergent.				
2.42	Konvergent.				
2.43	Konvergent. Taylorutveckla! Termerna har storleksordning $1/3n^{3/2}$ när $n \rightarrow \infty$.				
2.44	Divergent.				
2.45	Konvergent.				
2.46	Konvergent.				
2.47	Konvergent	2.48	Konvergent	2.49	Divergent
2.50	Konvergent	2.51	Divergent	2.52	Konvergent
2.53	Divergent	2.54	Konvergent	2.55	Konvergent
2.56	Konvergent	2.57	Konvergent	2.58	Konvergent
2.59	Konvergent	2.60	Konvergent	2.61	Konvergent

3 ABSOLUTKONVERGENTA OCH ALTERNERANDE SERIER.

3.1	Abs. konv.	3.2	Bet. konv.	3.3	Div.
3.4	Bet. konv.	3.5	Div.	3.6	Bet. konv.
3.7	Bet. konv.	3.8	Bet. konv.	3.9	Abs. konv.
3.10	Abs. konv.	3.11	Bet. konv.	3.12	Abs. konv.
3.13	Bet. konv.	3.14	Abs. konv.	3.15	Bet. konv.
3.16	Abs. konv.	3.17	Bet. konv.	3.18	Abs. konv.

4. POTENSSERIER

4.1	$-1 \leq x < 1$	4.2	$-1 < x \leq 1$	4.3	$-1 \leq x \leq 1$
4.4	$-1 < x < 1$	4.5	$-1 < x < 1$		

- | | | | | | |
|------|---|------|-------------------------------------|------|------------------------|
| 4.6 | $-1 < x < 1$ | 4.7 | $-2 < x < 2$ | 4.8 | $-1 < x < 1$ |
| 4.9 | $-\infty < x < \infty$ | 4.10 | $x = 0$ | 4.11 | $-\infty < x < \infty$ |
| 4.12 | $-1 < x < 1$ | 4.13 | $-1/9 \leq x \leq 1/9$ | 4.14 | $-1 < x \leq 1$ |
| 4.15 | $-1 \leq x < 1$ | 4.16 | $-2 \leq x < 0$ | 4.17 | $-\infty < x < \infty$ |
| 4.18 | $-1/\sqrt{2} < x < 1/\sqrt{2}$ | 4.19 | $-\sqrt[3]{3} < x \leq \sqrt[3]{3}$ | 4.20 | $-\infty < x < \infty$ |
| 4.21 | $-1 < x < 1$ | 4.22 | $-1 < x < 1$ | 4.23 | $-1/e < x < 1/e$ |
| 4.24 | $1/e$ | 4.25 | e^2 | 4.26 | $1/3$ |
| 4.27 | $f(x) = x^2 - x^3 + \dots$. Lokalt minimum. | | | | |
| 4.28 | $f(x) = x^3 - 2x^5/3 + \dots$. Varken maximum eller minimum. | | | | |
| 4.29 | $f(x) = 1 - x^4/6 + \dots$. Lokalt maximum. | | | | |
| 4.30 | $f(x) = 2 + x^4/12 - \dots$. Lokalt minimum. | | | | |
| 4.31 | $f(x) = -x^4/3 + 2x^6/45 - \dots$. Lokalt maximum. | | | | |
| 4.32 | $f(x) = -x^4/8 + x^6/16 - \dots$. Lokalt maximum. | | | | |
| 4.33 | -60480 | 4.34 | -1/3 | 4.35 | 12 |
| 4.36 | 17/18 | 4.37 | 115/144 | 4.38 | 43/210 |
| 4.39 | 3/4 | 4.40 | 3/2 | 4.41 | ln2 |
| 4.42 | \sqrt{e} | 4.43 | ln(3/2) | 4.44 | 5 |