

“Tickingproblem” för 2015-04-02

Problem 1 : Vilka av följande mängder är reella vektorum (med den naturliga additionen \oplus och multiplikation med skalär \odot)?

1. Mängden av funktioner $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ med $f(0) = 1$.
2. Mängden av funktioner $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ med $f(1) = 0$.
3. Mängden av polynom av grad exakt 3.
4. Mängden av polynom med endast termer av udda grad (dvs polynom av typen $p(t) = at + bt^3 + ct^5 + \dots$).

Problem 2 : Undersök om mängden $\{1 + t^3, 3 + t - 2t^2, -t + 3t^2 - t^3\}$ är linjärt beroende i \mathcal{P}_3 . Kan elementen utgöra en bas för \mathcal{P}_3 ?

Problem 3 : För vilka $a \in \mathbb{R}$ är vektorerna $(a, 1, 1)$ och $(a, 1, a)$ ortogonala med avseende på skalärprodukten $x_1y_1 + 2x_2y_2 + 3x_3y_3$ i \mathbb{R}^3 ?

Problem 4 : Betrakta rummet \mathcal{P}_2 med skalärprodukten i Exempel 2.1(g) med avseende på punkterna $t_1 = -1$, $t_2 = 0$ och $t_3 = 1$. Beräkna $\langle p, q \rangle$, $\|p\|$ och $\|q\|$ då $p = 4 + t$ och $q = 5 - 4t^2$. Bestäm även den ortogonala projektionen av q på det rum som spänns av p .