

MATEMATIK, Chalmers Tekniska Högskola
Tentamen i Matematik IT, del B (TMA245b) 2001-04-05.
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefonvakt: Alexander Herbertsson, 0740-459022.

1. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 2x + 2y - z = 4 \\ 2x + 5y + 2z = 2 \end{cases}$$

med hjälp av Gausselimination.

(6p)

2. Bestäm avståndet från punkten $(1, 2, 0)$ till linjen

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$$

(6p)

3. Bestäm ekvationen för planet genom origo som innehåller linjen

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$$

(6p)

4. Bestäm ON-matris P och diagonalmatris D sådana att $A = PDP^t$ då

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -4 & 4 \\ -4 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & 9 \end{pmatrix}.$$

Tips: Ett av egenvärdena är 1.

(7p)

5. Bestäm matrisen för den linjära avbildningen i \mathbb{R}^2 som ges av spegling i linjen $y = kx$, där $k \in \mathbb{R}$.

(6p)

6. Bestäm en explicit formel för a_n som definieras rekursivt genom

$$\begin{cases} a_0 = 1, \\ a_1 = 3, \\ a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} + 5 - 2n, \quad n > 1. \end{cases}$$

(6p)

(vgv)

7. Biluthyrningsfirman Hyr-Ett-Vrak har ett kontor på Landvetter och ett vid Centralen. Av de bilar som i början av en vecka hör till Landvetterkontoret är det en vecka senare så att 88% också nästa vecka hör dit medan resten lämnats tillbaka på Centralen och därmed hör dit. För de som hörde till Centralen är det efter en vecka 90% som fortfarande hör dit och resten hör till Landvetter efter en vecka.

(a) Hur stor andel av bilarna hör till Landvetter-kontoret efter 'lång tid', d v s vad blir fördelningen då tiden går mot oändligheten, om man inte kompenserar och förflyttar bilar från det ena till det andra kontoret.

(b) Man vet att 70% av alla uthyrningar görs från Landvetterkontoret. Hur stor andel av bilarna måste i slutet av varje vecka flyttas från det ena till det andra kontoret om man vill börja varje vecka med 70% av bilarna på Landvetter?

(7p)

8. På sidorna i en godtycklig parallelogram ritas kvadrater som alla ligger utanför parallelogrammen. Visa att mittpunkterna i dessa kvadrater är hörn i en ny kvadrat.

(6p)

LYCKA TILL!

Stefan.