

**MATEMATIK, Chalmers Tekniska Högskola**  
**Tentamen i Matematik IT, del B (TMA245b) 2001-12-21.**

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosor.

Telefonvakt: Georgios Foufas, 0740-459022.

1. Ligger de fyra punkterna  $(1, -1, -1)$ ,  $(0, 1, -2)$ ,  $(4, -1, -2)$  och  $(2, -3, 4)$  på ett plan? Motivera ditt svar. (6p)

2. Beräkna avståndet från punkten  $P = (1, 0, 3)$  till planet  $x + 2y + 3z + 4 = 0$ . (6p)

3. Beräkna matrisen för den linjära avbildning som är ortogonal projektion av  $\mathbb{R}^3$  på  $xy$ -planet följt av rotation  $\pi/2$  radianer runt  $x$ -axeln i den riktning som överför positiva delen av  $y$ -axeln på positiva delen av  $z$ -axeln. (6p)

4. För vilka  $a$  har ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 2x + 2y + az = 4 \\ 2x + ay + az = 2 \end{cases}$$

ej unik lösning. Bestäm alla lösningar i de fall då det inte finns unik lösning. (7p)

5. Bestäm det andragradspolynom  $y = a + bx + cx^2$  som bäst (i minstakvadratmening) approximerar följande mätdata

$x$	0	1	2	3	4
$y$	3	6	8	7	4

(7p)

6. Vi definierar en relation  $\mathcal{R}$  på  $\mathbb{R}^2$  genom

$$(a, b)\mathcal{R}(c, d) \iff a^2 + b^2 = c^2 + d^2.$$

(a) Motivera att detta är en ekvivalensrelation, d v s att den är reflexiv, symmetrisk och transitiv.

(b) Vad är ekvivalensklassen till  $(1, 0)$ ?

(c) Beskriv samtliga ekvivalensklasser geometriskt. (6p)

7. Visa att diagonalerna i en parallelogram skär varandra mitt itu. (6p)

8. Låt  $A$  vara en stokastisk  $2 \times 2$ -matris, d v s alla element är större än eller lika med noll och summan av alla kolonner är ett. Visa att  $A$  har två reella egenvärden  $\lambda_1 = 1$  och  $\lambda_2$  med  $-1 \leq \lambda_2 \leq 1$ . (6p)

LYCKA TILL!

Stefan.