MATEMATIK, Chalmers Tekniska Högskola
Tentamensexempel i Matematik IT, del B (TMA245b) 2001-12-07.
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefonvakt: Stefan Johansson, 772 5303.

1. Lös ekvationssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ där
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & -2 & -2 \\ 3 & 10 & 17 \end{pmatrix} \text{ och } \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ 14 \end{pmatrix}.$$
(6p)

2. Bestäm volymen av den parallellepiped som spänns av vektorerna $(2\ 1\ 1)^t$, $(-1\ 4\ -3)^t$ och $(3\ -1\ 3)$. (6p)

3. Beräkna vinkeln mellan normalen till planet $2x + y - z + 4 = 0$ och vektorn $\mathbf{v} = (1\ 2\ 1)^t$. (6p)

4. Bestäm matrisen för den linjära avbildningen i $\mathbb{R}^2$ som ges av spegling i linjen $y = 2x$. Motivera att detta är en ON-matris. (7p)

5. Bestäm samtliga egenvärden och egenvektorer till matrisen
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$
(7p)

6. Bestäm alla lösningar till rekursionsekvationen $a_n = -3a_{n-1} - 2a_{n-2} + 6$. (6p)

7. Nollrummet till en matris A är mängden av alla lösningar till ekvationen $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$. Antag att $\mathbf{x}_0$ är en lösning till ekvationen $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$. Visa att alla lösningar till ekvationen $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ är precis de vektorer som är summan av $\mathbf{x}_0$ och en vektor i nollrummet till A. (6p)

8. Låt $ABCD$ vara en godtycklig fyrhörning i planet och låt P, Q, R och S vara mittpunkterna på AB, BC, CD respektive DA. Visa att $PQRS$ är en parallellogram. (6p)

1. $(t+3\ 1/2-2t\ t)^t$.
2. 1.
3. $\pi/3$.
4. $\frac{1}{5}\left(\begin{smallmatrix}-3 & 4\\ 4 & 3\end{smallmatrix}\right)$.
5. Egenvärden: $\{3, 0, -3\}$, egenvektorer: $(2\ 1\ 1)^t$, $(-1\ 1\ 1)^t$, $(0\ 1\ \ -1)$.
6. $a_n = a(-1)^n + b(-2)^n + 1$.