MATEMATIK, Chalmers Tekniska Högskola
Tentamen i Matematik IT, del B (TMA245b) 2002-08-28.
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefonvakt: Anton Evgrafov, 0740-459022.

(1) Är de tre vektorerna $(1\ 2\ 2)^t$, $(2\ 2\ 5)^t$ och $(-1\ \ -1\ 2)^t$ linjärt oberoende? Motivering krävs. (6p)

(2) Vad är matrisen för den linjära avbildning i planet som består av en rotation $\pi/3$ radianer moturs runt origo följt av spegling i linjen $y = x$? (6p)

(3) För vilka värden på a saknar följande ekvationssystem lösning?

$$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 2x + 2y - z = 4 \\ 2x + 5y + az = 7 \end{cases}$$

(6p)

(4) Vad är vinkeln mellan vektorerna $(1\ 3\ 2)^t$ och $(3\ 2\ \ -1)^t$? (6p)

(5) Bestäm en explicit formel för a_n som definieras rekursivt genom

$$\begin{cases} a_0 = 3, \\ a_1 = 9/2, \\ a_n = 7a_{n-1} - 12a_{n-2} + 6n, \quad n > 1. \end{cases}$$

(7p)

(6) Låt S vara den matris som svarar mot den linjära avbildning i rummet som ges av spegling i planet $z = 0$. Ge alla egenvärden och egenvektorer till S. Ditt svar ska motiveras. (6p)

(7) Ge en 3×3-matris som har egenvärden 2, 3 och 4 och egenvektorer $(1\ 1\ 2)^t$, $(1\ 1\ \ -1)^t$ samt $(1\ \ -1\ 0)^t$. Motivera ditt svar. (6p)

(8) Vi säger att $n \times n$-matrisen A är konjugerad med $n \times n$-matrisen B om och endast om det finns en inverterbar matris P sådan att

$$A = PBP^{-1}.$$

Detta ger en relation på mängden av alla $n \times n$-matriser.
(a) Visa att relationen 'konjugerad med' är en ekvivalensrelation på mängden av alla $n \times n$-matriser.
(b) Visa att två matriser som är konjugerade med varandra har samma egenvärden.
(7p)

LYCKA TILL! Stefan.