

MATEMATIK, Chalmers Tekniska Högskola
Tentamen i Matematik IT, del B (TMA245b) 2003-08-27.
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefonvakt: Johan Jansson, 0740-459022.

1. Bestäm ortogonala projektionen av punkten $(1, 1, 1)$ på planet

$$x + 2y + 3z + 4 = 0.$$

(6p)

2. Beräkna volymen av den parallelltrapets som spänns upp av

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

(6p)

3. För vilka par (a, b) har ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ (a - b)y - z = 2 \\ 2x + 4y + (b + 1)z = a - 2 \end{cases}$$

oändligt många lösningar?

(6p)

4. Ge ekvationen på parameterform för linjen som är skärningen mellan planen $x + y + z = 0$ och $x + 2y + 3z + 4 = 0$.

(6p)

5. Låt $\mathbf{v}_1 = (1 \ 2 \ 3)^t$, $\mathbf{v}_2 = (-2 \ 1 \ -2)^t$ och $\mathbf{v}_3 = (3 \ -2 \ 2)^t$ vara tre vektorer. Mellan vilket par av dessa vektorer är (den minsta) vinkeln störst?

(6p)

6. (a) Bestäm matrisen (i standardbasen) för den linjära avbildning som projicerar ortogonalt på linjen $y = 3x$.
(b) Bestäm en matris A och en vektor \mathbf{b} så att den affina avbildning f som är projektion ortogonalt på linjen $y = 3x + 1$ ges av

$$f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x} + \mathbf{b}.$$

(7p)

(vgv)

7. (a) Visa att

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 2/7 \\ 3/7 \\ 6/7 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 3/7 \\ -6/7 \\ 2/7 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 6/7 \\ 2/7 \\ -3/7 \end{pmatrix}$$

utgör en ON-bas för \mathbb{R}^3 .

(b) Bestäm en 3×3 -matris som egenvärden 1, 2 och 3 med motsvarande egenvektorer \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_2 och \mathbf{v}_3 . (7p)

8. Låt A vara en $n \times n$ -matris och låt \mathbf{x} vara en vektor sådan att $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$. Visa att om A är symmetrisk så är \mathbf{x} ortogonal mot alla kolumnvektorerna i A . (6p)

Tentorna beräknas vara färdiggrättade den 2 september. Resultaten anslås i källaren på Matematiskt Centrum och tentorna kan avhämtas i mottagningsrummet på Matematiskt Centrum mellan 12:30 och 13:00 varje vardag.

LYCKA TILL!

Stefan.