

# FINANSIELLA DERIVAT OCH STOKASTISK ANALYS HT 2003

TMA285 eller MAM695

Inlämningsuppgift I (version 1.0)

**Sista inlämningstillfälle onsdagen 19 november kl. 10.05**

1. Ett europeiskt derivat utbetalar  $\sqrt{S(T)}$  kr vid slutdagen  $t = T$ , där den underliggande aktien har värdet  $S(t)$  vid tiden  $t \in [0, T]$ . Räntan antas vara konstant, men volatiliteten antas vara beskriven av följande deterministiska funktion  $\sigma(t) = \alpha + \beta t$ , för  $\alpha, \beta \geq 0$ . Bestäm derivatets värde för alla  $t \in [0, T]$ .
2. Lös följande stokastiska differentialekvation med begynnelsevärdet  $X(0) = 0$  för  $t \in [0, 1]$ .

$$dX(t) = -\frac{X(t)}{\sqrt{t}} + dW(t).$$

- (a) Bestäm kovariansfunktionen för  $(X(t))_{0 \leq t \leq 1}$ .
  - (b) Låt  $Y(t) = W(t) - tW(1)$ . Vad blir kovariansfunktionen för denna stokastiska process över samma tidsintervall som ovan?
  - (c) Bestäm  $E[X(t)Y(t)]$  för alla  $t \in [0, 1]$ .
3. Simulera den stokastiska differentialekvationen ovan med en tidsdiskretisering av 100 steg mellan 0 och 1. Beskriv noga din numeriska metod och dina resultat. Speciellt vill jag att du/ni ger simulerade resultat av följande två fördelningar.
    - (a) Ge en numerisk uppskattning av  $E[X(1)]$  och jämför med ditt teoretiska resultat ovan.
    - (b) Plotta i samma diagram den teoretiska- och en simulerad graf av  $E[X(t)Y(t)]$  som en funktion av  $t$  där  $Y(t)$  är given som ovan.

Kommentera dina/era resultat.

Ni får gärna arbeta tillsammans, men maximala gruppstorleken är tre. Inlämningsuppgiften är inte obligatorisk, men den kan ge upp till 1.5 bonuspoäng på tentan.

Torbjörn Lundh, torbjrn@math.chalmers.se, 7/11/03.