MATEMATIK
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Tentamen 00-08-23 kl. 14:15–18:15

Hjälpmedel: Dubbelsidigt A4 (valfritt innehåll), *inga miniräknare*
Telefonvakt: Henrik Olsson ankn.: 0740-459022

Matematik D del B — TMA551

OBS: Ange linje och inskrivningsår samt personnummer på skrivningsomslaget.
Ange namn och personnummer på *varje* inlämnat blad!

Tänk på att det i huvudsak är beräkningarna och motiveringarna som ger poäng, inte svaren.

1. Låt $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
   (a) Beräkna $Det(A)$.
   (b) Beräkna $Det(A^{-1})$.
   (c) Beräkna $Det(A^{-1}A)$
   (d) Är $Ker(A) = \{\mathbf{0}\}$? (8)

2. (a) Ange alla vektor i $\mathbb{R}^3$ som är vinkelräta mot samtliga följande vektorer.

$$\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ och } \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

   (b) Ge en geometrisk tolkning av ditt resultat i (a). (6)

3. Lös följande ekvationssystem

$$\begin{cases} x + y + z + 4w = 4 \\ 2x + 3y + 4z + 9w = 16 \\ -2x + 3z - 7w = 11 \end{cases}$$

(6)

4. Ge en ekvation för det plan som går igenom punkten $(-1, 4, 3)$ och som innehåller skärningslinjen mellan planen $2x - 3y + 4z = 7$ och $x - 2y = 5$. (6)

5. Bestäm A^{25} då

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

(6)

6. Beräkna vinkeln mellan två diagonaler i en kub i $\mathbb{R}^3$. (6)

7. Låt A vara en kvadratisk matris som uppfyller ekvationen

$$A^2 + A + I = \mathbf{0}.$$

   (a) Visa att A är inverterbar.
   (b) Visa att $A^3 = I$.
   (c) Vad blir $Det(A)$? (6)

8. Låt $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ och $\mathbf{w}$ vara tre vektorer i rummet sådana att $|\mathbf{u}| = 5$, $|\mathbf{v}| = 2$ och $|\mathbf{w}| = 1$. Vinkeln mellan $\mathbf{u}$ och $\mathbf{w}$ är $\frac{\pi}{3}$. Bestäm vinkeln mellan $\mathbf{u}$ och $\mathbf{v}$ för att $|\mathbf{u} + 2\mathbf{v} + \mathbf{w}| = |\mathbf{u} + \mathbf{v} + 2\mathbf{w}|$. (6)

Lycka till! — Samuel