Chalmers Tekniska Högskola
Matematik

Tentamen: Matematik D, del C & Matematisk analys IT
TMA552 & TMA255

Datum: 2002-08-19 **Tid:** 0845-1245 **Salar:** M

Förfrågningar: Rolf Liljendahl, tel 0740-459022

Lösningar: Finns på nätet, www.math.chalmers.se/˜goran, (klicka vidare till kurssidan!), strax efter skrivningstidens slut.

Betygsgränser: Poäng 20, 30 resp 40, ger betyget 3, 4 resp 5.

Resultat: Anslås senast 2002-09-04, Matematiskt Centrum (MC), Eklandagatan 86.

Skrivningsvisning: Den 4/9, 1200-1300, MC2305.

Hjälpmedel:

1. Högst en av formelsamlingarna Beta eller Physics handbook.
2. Observera inga miniräknare.

Uppgift 1. Betrakta funktionen funktionen $x \to f(x) = e^x - e^{-x}$.

(a) Visa att f är inverterbar - injektiv - på hela R. (5p)

(b) Uttryck inversen $f^{-1}(x)$ med hjälp av våra elementära funktioner. (5p)

Uppgift 2. Låt funktionen $f : R \to R$ vara minst 6 gånger kontinuerligt deriverbar. Härled, med hjälp av Taylorutveckling, ett polynom $p(h)$ så att

$$\frac{f(-h) - 2f(0) + f(h)}{h^2} = p(h) + O(h^4)\ ,\ h \to 0 \quad (10p)$$

Uppgift 3. Gör ett variabelbyte i integralen

$$\int_0^1 x^{-1/4} \cdot e^x dx$$

så att en integral erhålles vars integrand har begränsade derivator av vilken ordning som helst, på det aktuella intervallet. (10p)

Uppgift 4. Bestäm alla punkter (x_0, y_0, z_0) på funktionsytan $z = x^2 + 4y^2$, för vilka tangentplanet är parallellt med planet $x + y + z = 0$. (10p)

Uppgift 5. Beräkna dubbelintegralen

$$\int\int_D \cos(y^2)dxdy \ ,$$

där D är den triangel som begränsas av y–axeln och linjerna $y = x$ samt $y = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$.
(10p)

Lycka till !