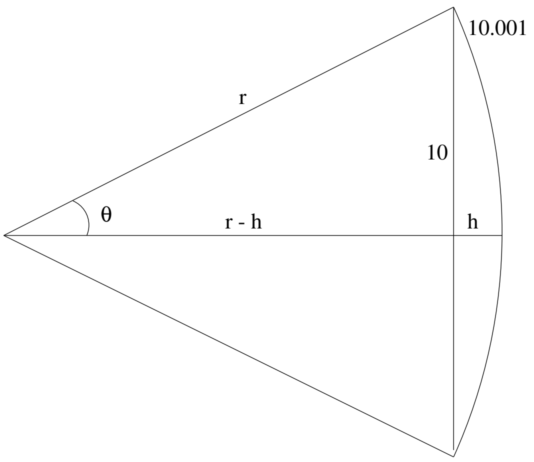
VECKOPROGRAM för gruppövningar och självverksamhet.
Matematik D, del C och Matematisk analys IT.

Läsvecka 2

Som redan påpekats blir det som ej hinnes med på gruppövningarna automatisk självverksamhet. Du bör dessutom på egen hand komplettera med uppgifter ur boken, valda så att Du i första hand tränar på avsnitt Du känner Dig osäker på.

Gruppövning v2:1, (4.2, 4.3–4.6) Läs avsnitt 4.2. Lägg märke till definition 1 och 2 samt se på exempel 2, 3 och 5. Se på 4.3–4.5, kanske något översiktligt. Läs om Newton's metod i avsnitt 4.6, till och med exempel 2. Om Du har läst tillräckligt, framgår när vi skall lösa följande:

- Review Exercises (sid 295): 4 , 5 , 7 , 21
- Övning 1: En 20 meter lång skena är fast inspänd. På grund av uppvärmning utvidgas den och blir 2 mm längre och måste då böjas ut. Beräkna den maximala utböjningen(i meter), med minst 3 korrekta decimaler, om skenan antages ha cirkelform. Tänk på s k solkurvor i samband med järnvägsrälsar.



Bilda en ekvation $f(r) = 0$, där r är den aktuella radien. Lokalisera roten genom att plotta grafen till f och använd sedan Newton's metod. Bestäm slutligen utböjningen tillräckligt noggrant. Svar: $0.122 \pm \frac{1}{2}10^{-3}$

- Självverksamhet(sid 296): 9 , 11 , 15

Gruppövning v2:2, (4.7, 4.8) Nu anser vi att 'repetitionen' är avslutad och därför studerar vi fortsättningsvis mycket noggrannare och lämnar ingenting och slumpen. Vi skall börja med s k Taylorutveckling av funktioner, $f(x)$ säg, vilket innebär att man approximerar med polynom $p(x)$ så att det för en punkt $x = a$ gäller

$$p(a) = f(a)\ ,\ p'(a) = f'(a)\ ,\ p''(a) = f''(a)\ ,\cdots,\ p^{(n)}(a) = f^{(n)}(a),$$

där n är polynomets gradtal. Taylorutveckling har kanske sitt största användningsområde i samband med härledning av numeriska formler och metoder av olika slag, men kan också exempelvis användas för att beräkna vissa gränsvärden rent symboliskt.

Taylorutvecklingar, kring 0, för de vanligaste funktionerna

$$(1+x)^{-1}\ ,\ \log_e(1+x)\ ,\ e^x\ ,\ \sin(x)\ ,\ \cos(x)\ ,\ \arctan(x)\ ,\ \cdots$$

bör man kunna utantill.

Nu ser vi på avsnitt 4.7

1. Se definition 8 och exempel 1 och 2. Andra linjäriseringar än den i definition 8 är naturligtvis möjliga.
2. Övning 1: Låt punkterna $(a, f(a))$ och $(a+h, f(a+h))$ vara givna och approximera $f(x)$ med dess sekant genom dessa punkter. Använd denna typ av linjärisering för att bilda iterationmetoden (the secant method)

$$x_{n+1} = x_n - f(x_n)/(\frac{f(x_n) - f(x_{n-1})}{x_n - x_{n-1}}),\ n = 1, 2, 3, \ldots$$

för ekvationen $f(x) = 0$. Jämför med Newton's metod! Formulera skillnaden i ord.

3. Övning 2: Beräkna den minsta positiva minimipunkten till $f(x) = sin(x)/x$, med minst 3 korrekta decimaler. Lokalisera roten grafiskt, stäng in den i ett intervall (x_0, x_1), och använd sedan sekantmetoden. Svar: $4.493 \pm \frac{1}{2}10^{-3}$

Läs avsnitt 4.8 och 4.9 t o m exempel 2 (l'Hôpital's regel får ni gärna hoppa över).

1. Avsnitt 4.8. Lägg särskilt märke till teorem 10 inklusive resttermen(feltermen). Försök att förstå definition 9 eftersom beteckningen 'big O' ofta är praktisk att använda, på svenska säger man 'stort ordo'. Se även på teorem 11 samma sida. Lär Dig de 'violetta' utvecklingarna på sidan 286 (by heart).
2. Exercises 4.8: 1 , 3 , 19 , 23
3. Självverksamhet 4.8: 5 , 13 , 17 , 21
4. Exercises 4.9: 3 , 5 , 9 , 13
5. Övning 3: Funktionen f är given i punkterna $x_0 - h$, x_0 och $x_0 + h$. Taylorutveckla följande funktion kring $h = 0$,
$$f(x_0 - h) - 2f(x_0) + f(x_0 + h)$$
och fundera på vad det kan användas till.

Mathematica Vi skall nu börja använda det symbolbehandlande matematikprogrammet *Mathematica*. En elementär och kortfattad introduktion, av Jan Södersten, kan köpas på DC, vilket ni förhoppningsvis redan har gjort. Gå igenom de första sidorna och gör därefter '2.6 Inledande exempel' i den aktuella skriften.

Gruppövning v2:3, (5.1–5.5) Vi kommer nu in på integration. Vi skall bland annat definiera Riemann integralen med hjälp av så kallade Riemann summor. Som vanligt fokuserar vi på begreppen och tar lätt på bevisföring. Integraler dyker ofta upp i t ex fysik och då nästan alltid via en Riemann summa.

1. Avsnitt 5.1. Definition 1 och exempel 3. Teorem 1, lägg särskilt märke till den geometriska serien (d).

   Exercises 5.1: 1 , 15 , 17 , 21 , 29 ; Självverksamhet 5.1: 5 , 13 , 27
2. Läs sidorna 305 och 306 i avsnitt 5.2
3. Bestämda integraler avsnitt 5.3. Se lite på sid 311–313 så att ni förstår definition 3. Läs därefter sid 315 och teorem 2 på nästa sida.

   I Fortsättningen tänker vi oss Integraler som Gränsvärden av Riemann Summor!!!
4. Övning 1: För att mäta bensinförbrukningen vid kallstart för en personbil har man kopplat in en s k genomströmningsmätare som tillsammans med avståndsmätaren 'ger' en funktion

   $f(x)$ = momentan bränsleförbrukning (liter/mil), vid avståndet x från start.

   (a) Uttryck bränsleförbrukningen under första milen med Riemann summor och gör gränsövergång.

   (b) Följande mätvärden föreligger:

0.1	0.3	0.5	0.7	0.9
1.51	1.19	0.85	0.69	0.67

   Approximera integralen erhållen i (a) med en lämplig Riemann summa och beräkna dess värde. Svar: 0.982
5. Avsnitt 5.4. Teorem 3 och teorem 4 på sid 320 (integralkalkylens medelvärdesats)
6. Avsnitt 5.5. Teorem 5 (integralkalkylens fundamentalsats) och exempel 3, 4 och 6.
7. Exercises 5.5: 1 , 3 , 11 , 21
8. Självverksamhet 5.5: 13 , 17 , 41 , 47