VECKOPROGRAM för gruppövningar och självverksamhet.
Matematik D, del C och Matematisk analys IT.

Läsvecka 7

Gruppövning v7:1, (15.3 , 15.4) Avsnitt 15.3 kan ni se igenom snabbt, eftersom vi redan har definierat kurvintegral(linjeintegral). Vi går vidare till 15.4, som behandlar kurvintegraler vars integrand är en komponent av ett vektorfält, som regel tangential- eller normalkomponenten av fältet i fråga. De intressantaste tillämpningarna av kurvintegral är just inom detta område.

1. Läs t o m exempel 2 sidan 899.
2. Exercises 15.4: 1 , 2 , 3 , 7
3. Läs nu resten av 15.4. Lägg märke till begreppen sammanhängande respektive enkelt sammanhängande område. Rita några områden på pappar och klassificera! Studera teorem 1 sidan 901, som handlar om när en kurvintegral är oberoende av integrationsvägen. Se på *Remark* längst ned på sidan 902 och därefter på exempel 3 och 4.
4. Exercises 15.4: 11 , 12 , 15 , 22

Gruppövning v7:2

Övningstenta 1

Lösningsförslag kommer på kurssidan inom de närmaste dagarna.

Betygsgränser: Poäng 20, 30 resp 40, ger betyget 3, 4 resp 5.

Hjälpmedel: (på den 'riktiga tentan')

1. Högst en av formelsamlingarna Beta eller Physics handbook.
2. Observera inga miniräknare.

Uppgift 1. Betrakta funktionen funktionen $x \to f(x) = e^{ax} - e^{-ax}$, där a är en positiv konstant.

(a) Visa att f är inverterbar - injektiv - på hela R. (5p)

(b) Uttryck inversen $f^{-1}(x)$ med hjälp av våra elementära funktioner. (5p)

Uppgift 2. Vi ser på

$$\int_1^\infty \frac{\arctan(x)}{x^3}dx = \int_1^R \frac{\arctan(x)}{x^3}dx + \int_R^\infty \frac{\arctan(x)}{x^3}dx$$

och tänker oss att vi skall beräkna den generaliserade integralen approximativt genom att bl a försumma svansen, dvs den sista integralen ovan.

(a) Uppskatta $|svansen|$ uppåt med någon lämplig funktion i R. (4p)

(b) Hur stort måste R väljas för att $|svansen| \leq 0.5 \cdot 10^{-3}$? Beskriv vidare, i stora drag, hur man kan förfara för att få en approximation till den generaliserade integralen med fel till beloppet mindre än 10^{-3}. (2p)

(c) Vi ser nu på ett helt annat integrationsproblem. Ange lösningen $y(t)$, för $t > 0$, till differentialekvationen

$$t \cdot \frac{dy}{dt}\cos(y) = -\sin(y) \ ,$$

som uppfyller det s k begynnelsevillkoret $y(1) = \pi/4$. (4p)

Uppgift 3. Transformera differentialekvationen $y \cdot f'_x - x \cdot f'_y = xy \cdot f$, genom att ersätta de oberoende variablerna x och y med nya sådana enligt

$$\begin{cases} u = x^2 + y^2 \\ v = e^{-x^2/2} \end{cases} \qquad (10p)$$

Uppgift 4. Visa att kraftfältet $\mathbf{F} = (F_1, F_2) = (y + xy^2, x + x^2y)$ är konservativt och bestäm en potential till fältet. (10p)

Uppgift 5. Låt $d(x, y)$ beteckna avståndet från punkten (x, y) till cirkelsektorn $\{(x, y) : x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}$. Beräkna integralen

$$\int\int_D e^{-d(x,y)^2} dx dy \ ,$$

där $D = \{(x, y) : x \geq 0 \ , \ y \geq 0\}$.
(10p)

Gruppövning v7:3
Inget speciellt program idag. Förbered er för tentan efter bästa förmåga. Försök att utnyttja de tämligen väl tilltagna handledningsresurserna maximalt.

Lycka till i morgon !