F1 / Kf1
Tentamensskrivning i
Linjär algebra och geometri / Algebra & Serier del A
Datum: 1994-09-08.
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefonvakt: Mats Larsson, ankn. 3517.
OBS! Linje, inskrivningsår och personnummer skall anges på skrivningsomslaget.
==

1. Given är linjen

$$l: \begin{cases} x - y - 2z + 2 = 0 \\ x + y + 4z - 2 = 0 \end{cases} .$$

Bestäm ekvationen för det plan, som innehåller l och skär av de positiva y- och z-axlarna sträckor med samma längd. (7p)

2. Lös för varje värde på parametrarna λ och μ ekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 4x_1 - 4x_2 + 8x_3 + (\lambda + 6)x_4 = \mu \end{cases} . \qquad (6p)$$

3. (a) Beräkna

$$\left(\frac{3\sqrt{3} + 4 - i(4\sqrt{3} - 3)}{3 - 4i} \right)^{\frac{1}{10}} . \qquad (3p)$$

(b) Lös ekvationen

$$|z + i| + |z - i| = 2. \qquad (4p)$$

4. Visa att polynomet

$$(x + 1)^{2n} - x^{2n} - 2x - 1$$

är delbart med $x(x + 1)(2x + 1)$ för alla hela positiva tal n. (6p)

5. Lös matrisekvationen

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 2 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2 \end{pmatrix} . \qquad (6p)$$

6. Låt $x_1, x_2, \ldots, x_n$ vara rötterna till ekvationen

$$x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 = 0\,.$$

Uttryck $(x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1)\ldots(x_n^2 - 1)$ som funktion av koefficienterna $a_{n-1}, \ldots, a_0$. (6p)

7. Bevisa att en kvadratisk matris är inverterbar om och endast om dess determinant är skild från noll. (6p)

8. Formulera och bevisa faktorsatsen för polynom. (6p)