Matematik CTH
Tentamensskrivning i
Linjär algebra och geometri / Algebra & Serier del A för F1 / Kf1
Datum: 1995-08-29.
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefonvakt: Tord Westholm, ankn. 5305.
OBS! Linje, inskrivningsår och personnummer skall anges på skrivningsomslaget.
===

1. Den räta linjen l är parallell med planet $\pi : x - 2y - z = 5$, skär linjen

$$g : \begin{cases} 2x + y + z = 2 \\ x + y + 3z = 5 \end{cases},$$

och går genom punkten $P(0;1;-1)$. Bestäm l:s ekvation. (6p)

2. Lös för varje värde på parametern λ ekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 1 \\ 5x_1 - 8x_2 + 12x_3 + 6x_4 = 4 \\ 9x_1 - 10x_2 + 15x_3 + 3x_4 = \lambda + 6 \\ 2x_1 + 6x_2 - 9x_3 - 15x_4 = -3 \end{cases}. \qquad (7p)$$

3. Den algebraiska ekvationen $z^5 - 3z^4 + 9z^3 - 18z^2 + 20z - 24 = 0$ har en rent imaginär rot. Lös ekvationen. (7p)

4. Låt A vara en kvadratisk $n \times n$ matris sådan att summan av elementen i varje rad är lika med noll (dvs $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} = 0,\ i = 1, \ldots, n$). Visa att $\det A = 0$. (6p)

5. Avgör om polynomet

$$x^{105} + 2x^{98} - x^{67} + x^{54} - 2x^{26} + x$$

är delbart med $x^2 - x + 1$. (6p)

6. Betrakta triangeln $\Delta\, ABC$ med hörn $A(0;1;2), B(1;2;3), C(1;0;1)$ och punkten $P(0;3/2;5/2)$.
(a) Visa att P ligger i samma plan som triangeln. (2p)
(b) Bestäm om P ligger inuti triangeln. (4p)

7. Formulera och bevisa faktorsatsen för polynom. (6p)

8. Bevisa att en determinant inte ändras vid transponering. (6p)